PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1917. Redaktionsschluß für No. 10 am 4. Mai 1917. 18. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

F. Voltz, Über sekundäre Wirkungen der Röntgenstrahlen. S. 185.

Th. Christen, Zur Beurteilung der neuen Leuchtschirme. S. 186.

A. Rubinowicz, Die Eigenschwingungen des Bohr-Debyeschen Wasserstoffmoleküls bei Berücksichtigung der Bewegung der Kerne. S. 187.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

A. Kirschmann, Das umgekehrte Spektrum und seine Komplementärverhältnisse. S. 195.

Besprechungen:

Zentralbureau der Internationalen Erdmessung. S. 205.

Veröffentlichung des Kgl. Preuß. geodätischen Instituts. S. 206.

E. Raehlmann, Goethes Farbenlehre. S. 206.

E. Raehlmann, Über die Farbstoffe der Malerei in den verschiedenen Kunstperioden nach mikroskopischen Untersuchungen. S. 207.

— Die Stellung der Temperamalerei in der Kunst der verschiedenen Zeitepochen. S. 207.

H. Froelich, Der Strahlungsdruck als kosmisches Prinzip, Kosmologie und Kosmogenie. S. 207.

L. C. Glaser, Beiträge zur Kenntnis des Spektrums des Berylliums. S. 207.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker. S. 208.

Berichtigungen. S. 208.

Personalien. S. 208.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1917. S. 208.

Angebote. S. 208.

Gesuche. S. 208.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über sekundäre Wirkungen der Röntgenstrahlen.

Berichtigung von F. Voltz.

In meiner gleichnamigen Arbeit: „Über sekundäre Wirkungen der Röntgenstrahlen" (diese Zeitschrift **17**, 532, 1916) habe ich gezeigt, daß eine Röntgenstrahlenhärtemessung wesentlich beeinflußbar ist durch die Zusammensetzung der Fluoreszenzmasse, sofern eben die Messung auf fluorometrischem Wege vorgenommen wird. Ich habe dort dann gezeigt, daß die auftretenden Unterschiede unter Umständen sehr groß sein können und dieselben ihre Ursache in der selektiven Absorptionsfähigkeit der Emulsion finden.

Meine seinerzeitigen Untersuchungen habe ich an drei Arten von Schirmen ausgeführt, und zwar an einem Bariumplatinzyanürschirm, an einem „Astral"-Schirm der Reiniger, Gebbert & Schall A.-G., Erlangen, dessen Erfinder Dr. Rupprecht, Hamburg ist, und einem „Ossal"-Schirm der Chemischen Fabrik von Heyden in Dresden. Bei den mir zu den Untersuchungen zur Verfügung stehenden Stücken habe ich feststellen können, daß neben dem bereits bekannten Unterschied in bezug auf den Helligkeitsgrad zwischen einem Bariumplatinzyanürschirm und dem Astralschirm auch ein merkbarer Unterschied zwischen dem Astralschirm und dem Ossalschirm war. Bei den Versuchsschirmen habe ich beobachtet, daß der Ossalschirm bei gleicher Röhrenspannung, gleicher Belastung, gleicher Betriebsart heller leuchtete als der Astralschirm, daß also das Durchleuchtungsbild auf dem Astralschirm dunkler erschien, als auf dem Ossalschirm. Ich habe daran die Folgerung geknüpft, daß das dunklere, aber kontrastreichere Durchleuchtungsbild auf dem Astralschirm für medizinische Untersuchungen zwar von Vorteil ist, daß man aber den heller leuchtenden Ossalschirm für bestimmte physikalische Untersuchungen vorziehen dürfte.

Vor kurzer Zeit wurde mir nun bekannt, daß auch von der Marke Astralschirm eine Sorte in den Handel kommt, die an Helligkeit dem Ossalschirm nicht nachsteht, sondern sogar ihm überlegen ist. Dazu wird die Erklärung gegeben, daß der Leuchteffekt von der Schichtstärke der Emulsion des Schirmes abhängt. Es ist also durch Veränderung der Schichtdicke des Schirmes möglich, die Helligkeit eines Schirmes zu steigern, indem man eben die fluoreszierende Schicht stärker und hierdurch leuchtender macht. Damit geht die Bildschärfe zurück, was sich auch aus der Diffusion der Strahlen leicht erklären läßt.

Zur Ergänzung und Richtigstellung meiner seinerzeitigen vorerwähnten Arbeit muß ich nun hier die nachfolgenden Punkte bemerken:

1. Eine Röntgenstrahlenhärtemessung ist, sofern sie fluorometrisch vorgenommen wird, beeinflußbar durch die Art und Zusammensetzung der fluoreszierenden Massen und bei ein und derselben Art von fluoreszierenden Massen ist sie wieder beeinflußbar durch die Schichtdicke der Massen.

2. Der von mir für den Ossalschirm konstatierte Vorteil des helleren Leuchtens ist auch einer anderen Sorte des Astralschirmes eigen und dabei zeigt sich eben, daß die höhere Leuchtkraft durch die Veränderung der Schichtdicke erzielt wird. Die Schichtdicke des von mir seinerzeit benutzten Astralschirmes ist auf die medizinischen Untersuchungen eingestellt, daher das dunklere Bild des von mir benutzten Astralschirmes, das aber gegenüber dem Bild

auf dem Ossalschirm kontrastreicher war, weil eben der Kontrastreichtum für die medizinischen Durchleuchtungen vorteilhaft ist.

3. Von der Fabrikantin des Astralschirmes wird auch bekannt gegeben, daß die Leuchtmasse des Heydenschen Ossalschirmes chemisch die gleiche ist, wie bei den Astralschirmen, und zwar enthält die Leuchtschicht in beiden Fällen reinen künstlichen Willemit, der nach einem besonderen Verfahren hergestellt wird. Außerdem gibt die Fabrikantin des Astralschirmes auch bekannt, daß Bruch, Spaltungserscheinungen, Struktur und Korngröße der Fluoreszenzmasse des Ossalschirmes die gleiche ist, wie bei dem Astralschirme. Beide Schirme sind also von derselben chemischen Natur.

Durch diese Angaben der Fabrikantin des Astralschirmes habe ich mich veranlaßt gesehen, eingehendere Untersuchungen über die Fluoreszenzerregung durch Röntgenstrahlen anzustellen, die aber noch nicht völlig abgeschlossen sind, die ich daher erst in einiger Zeit veröffentlichen kann. Ich gebe deshalb einstweilen die vorstehenden Ausführungen bekannt, damit meine seinerzeitigen Ausführungen richtig gestellt werden.

(Eingegangen 6. April 1917.)

Zur Beurteilung der neuen Leuchtschirme [1]).

Von Th. Christen.

Zu den vorstehenden Ausführungen des Herrn Dr. Voltz möchte ich ergänzend folgendes bemerken:

Beim Vergleichen der beiden Schirme, Astral und Ossal, überzeugt man sich leicht von der größeren Deutlichkeit des Bildes auf dem Astralschirm. Die Deutlichkeit beruht auf zwei verschiedenen Faktoren: sie ist um so größer, je schärfer und je kontrastreicher das Bild ist.

Warum das Bild auf dem Astralschirm kontrastreicher ist, trotzdem die Leuchtmasse chemisch keinen Unterschied gegenüber dem Ossalschirm aufweisen soll, erscheint mir zurzeit nicht vollkommen geklärt. Warum aber die Bildschärfe beim Astralschirm höher ist, leuchtet ohne weiteres ein: Das Bild ist umso heller, je dicker die Leuchtmasse aufgetragen wird. Mit zunehmender Dicke der Leuchtmasse nimmt aber die Bildschärfe ab. Man hat es also in der Hand, die Helligkeit des Leuchtschirmes zu vermehren auf Kosten seiner Bildschärfe. Um auch diesen Gesichtspunkt neben anderen in der Beurteilung der Schirme zu berücksichtigen, vergleiche ich folgende drei Schirme:

1. Astral I. Das ist ein Erzeugnis der Firma Dr. Rupprecht in Hamburg, das seit einigen Jahren in den medizinischen Röntgeninstituten Verwendung findet.

2. Astral II. Dieser Schirm wurde mir von Herrn Dr. Rupprecht zu Versuchszwecken überwiesen. Er trägt eine dickere Fluoreszenzschicht als Astral I und zeigt dementsprechend höhere Leuchtkraft, allerdings auf Kosten der Bildschärfe.

3. Ossal. Der zu unseren Versuchen benützte Ossalschirm stammt, wie der von Herrn Dr. Voltz verwendete, von der Firma Heyden, Aktiengesellschaft. Das Ergebnis unserer Prüfung dieser drei Schirme ist folgendes:

1. Haltbarkeit: Der Astralschirm ist gegen Biegung wenig empfindlich, der Ossalschirm ist sehr zerbrechlich.

2. Korn: In der Feinheit des Kornes zeigen die verschiedenen Schirme keine merklichen Unterschiede.

3. Helligkeit: Der Ossalschirm ist dem Astral II kaum merklich, dagegen dem Astral I merklich an Helligkeit überlegen.

4. Bildschärfe: Die Bildschärfe ist beim Astral II etwas weniger gut als beim Astral I, dagegen immer noch weit besser als beim Ossalschirm. Daraus ergibt sich, daß man sicherlich den Astralschirm noch beträchtlich über die Helligkeit des Ossalschirmes hinaus verstärken könnte, bevor er dessen Unschärfe erreicht hätte.

5. Kontraste: Daß beim Astralschirm I sowohl wie II die Bilder bedeutend kontrastreicher sind als auf dem Ossalschirm, haben wir in Übereinstimmung mit den Angaben von Voltz ebenfalls festgestellt.

6. Nachleuchten: Sowohl der Ossalschirm, als auch der Astralschirm zeigt ein deutliches Nachleuchten, wobei allerdings diese Störung beim Astralschirm stärker ausgesprochen ist, wie beim Ossalschirm.

Der Astralschirm ist also in den meisten und namentlich in den überwiegend wichtigen Punkten dem Ossalschirm bedeutend überlegen. Immerhin ist es gut, wenn wir nicht ganz vergessen, daß der alte Baryum-Platincyanürschirm vor Astral und Ossal noch einen wesentlichen Vorzug hat, er leuchtet überhaupt nicht nach.

Interessant sind die Versuche, die Voltz über den Unterschied der fluorometrischen Härtebestimmung nach Wehnelt und nach Benoist unter Anwendung verschiedener Leuchtschirme geschrieben hat. Sie zeigen aufs neue, wie unzuverlässig all diese Methoden sind, abgesehen davon, daß sie nur schätzungsweise Zahlenwerte geben

1) Aus der Strahlenforschungsstelle der Reiniger, Gebbert & Schall A.-G.

und abgesehen von der Tatsache, daß sie für Härtegrade, die oberhalb des Silber-Resonanzpunktes liegen, sowieso versagen müssen.

(Eingegangen 6. April 1917.)

Die Eigenschwingungen des Bohr-Debyeschen Wasserstoffmoleküls bei Berücksichtigung der Bewegung der Kerne.

Von A. Rubinowicz.

F. Krüger[1]) und P. S. Epstein[2]) haben, von zwei verschiedenen Standpunkten aus, die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme des Wasserstoffs unter Zugrundelegung des Bohr-Debyeschen Molekülmodelles zu erklären versucht. Beide Autoren machen dabei die Annahme, daß die Wärmebewegung des H_2-Moleküls, abgesehen von seiner Translation, hauptsächlich in einer regulären Präzession besteht, bei der sich das Molekülmodell wie ein starrer, bezüglich der Verbindungslinie der beiden Kerne symmetrischer Körper bewegt. Um die Berechtigung dieser Annahmen zu prüfen (unbewiesen ist es ja nicht einmal klar, daß das H_2-Modell die für eine Präzessionsbewegung notwendige Stabilität besitzt), habe ich mir die Aufgabe gestellt, unter Berücksichtigung der Kernbewegung sämtliche Eigenschwingungen des Wasserstoffmoleküls zu berechnen. Da die Mechanik des Bohrschen Modells doch an und für sich einiges Interesse beansprucht (Stabilitätsfrage) und auch für die Theorie der Dispersion verwertet werden kann, möchte ich im folgenden die Ergebnisse meiner Rechnungen mitteilen. Für den Fall, daß beide Kerne ruhen, sind die Eigenschwingungen von Frl. H. J. van Leeuwen[3]) berechnet worden.

Das Bohrsche Wasserstoffmolekül besteht bekanntlich aus zwei positiven, mit der Elementarladung e geladenen Kernen von der Masse M, um die in einer Kreisbahn zwei Elektronen derart rotieren, daß die vier Punkte immer die vier Ecken eines Rhombus bilden. Bezeichnen wir mit a den Radius der Kreisbahn, so beträgt die halbe Entfernung der beiden Kerne $\frac{a}{\sqrt{3}}$, und es besteht zwischen a und der, den beiden Elektronen zukommenden Winkelgeschwindigkeit ω die Beziehung:

$$ma\omega^2 = \frac{3\sqrt{3}-1}{4}\frac{e^2}{a^2}.$$

Während sich die beiden obigen Relationen aus den Gesetzen der klassischen Physik ergeben, werden die Abmessungen des Moleküls durch eine Quantenforderung festgelegt, die das Impulsmoment $ma^2\omega$ eines jeden Elektrons gleich $\frac{h}{2\pi}$ setzt (m ist die Masse des Elektrons und h die Plancksche Konstante). Der Wert der Winkelgeschwindigkeit ω bleibt bis auf die Schlußüberlegungen im folgenden unbestimmt.

Zur Berechnung der Eigenschwingungen benützen wir die Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art, nachdem wir die potentielle und die kinetische Energie nach den Störungskoordinaten entwickelt haben.

§ 1. Berechnung der potentiellen Energie. P_1 und P_2 seien die beiden Kerne, P_3 und P_4 die beiden Elektronen. Die Störungskoordinaten lassen sich dann in folgender Weise angeben: Wir errichten in jedem Punkte P_ν ein rechtwinkliges, kartesisches, mit dem ungestörten Wasserstoffmolekül mitrotierendes Koordinatensystem $\xi_\nu, \eta_\nu, \zeta_\nu$ so, daß die

ξ_ν Achsen parallel und gleichsinnig zu $\overrightarrow{P_4P_3}$,
die
ζ_ν Achsen parallel und gleichsinnig zu $\overrightarrow{P_2P_1}$
und endlich die
η_ν Achsen parallel und gleichsinnig zu einer Richtung sind, die senkrecht auf der Ebene der Punkte P_ν steht, wobei etwa $\xi_\nu, \eta_\nu, \zeta_\nu$ ein Rechtssystem bilden. Für $\nu = 1$ und $\nu = 2$ behalten wir diese Koordinaten endgültig bei. In den Punkten P_3 und P_4 benützen wir dann aber die Koordinaten

$$\varrho_3,\ ac_3,\ \xi_3 \quad \text{bzw.} \quad \varrho_4,\ ac_4,\ \xi_4,$$

die in erster Annäherung gleich

$$\xi_3,\ \eta_3,\ \zeta_3 \quad \text{bzw.} \quad -\xi_4,\ -\eta_4,\ \zeta_4$$

sind und im übrigen derart gewählt werden, daß

$$a + \varrho_\nu,\ c_\nu,\ \zeta_\nu \qquad (\nu = 3, 4)$$

ein System von Zylinderkoordinaten (mit dem Schnittpunkte von P_1P_2 und P_3P_4 als Ursprung und der Richtung $\overrightarrow{P_2P_1}$ als ζ_ν-Achse) darstellen.

Um nun das Potential einfach zu berechnen, drücken wir es in den oben vorübergehend gebrauchten Koordinaten $\xi_\nu, \eta_\nu, \zeta_\nu$ ($\nu = 1, 2, 3, 4$) aus und führen darin erst dann die endgültig zu benützenden Störungskoordinaten ein.

x, y, z sei also ein rechtwinkliges, kartesisches, mit unserem Molekül mitrotierendes Bezugssystem.

1) F. Krüger, Ann. d. Phys. **50**, 346 und **51**, 450, 1916.
2) P. S. Epstein, Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **18**, 538, 1916.
3) H. J. van Leeuwen, diese Zeitschr. **17**, 196, 1916; ausführlicher in Proceed. Amsterdam **18**, 1071, 1916.

$$P_\nu(x_\nu+\xi_\nu,\ y_\nu+\eta_\nu,\ z_\nu+\zeta_\nu)$$

und

$$P_\mu(x_\mu+\xi_\mu,\ y_\mu+\eta_\mu,\ z_\mu+\zeta_\mu)$$

seien zwei Punkte des H_2-Modells, denen bei der ungestörten Bewegung die Koordinaten x_ν, y_ν, z_ν bzw. x_μ, y_μ, z_μ zugeordnet sind. Das diesen beiden Punkten entsprechende Potential ist dann:

$$V_{\nu\mu}=\pm e^2\{(x_\nu-x_\mu+\xi_\nu-\xi_\mu)^2+(y_\nu-y_\mu+\eta_\nu-\eta_\mu)^2+(z_\nu-z_\mu+\zeta_\nu-\zeta_\mu)^2\}^{-1/2},$$

wobei das obere Zeichen bei gleicher, das untere bei ungleicher Ladung der beiden Punkte P_ν und P_μ gilt.

Entwickeln wir $V_{\nu\mu}$ nach Potenzen von ξ, η, ζ, so erhalten wir, wenn wir die Bezeichnungen:

$$x_\nu-x_\mu=x,\ y_\nu-y_\mu=y,\ z_\nu-z_\mu=z;$$
$$\xi_\nu-\xi_\mu=\xi,\ \eta_\nu-\eta_\mu=\eta,\ \zeta_\nu-\zeta_\mu=\zeta;$$
$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

einführen, den Ausdruck:

$$V_{\nu\mu}=\pm e^2\left\{\frac{1}{r}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right)\xi+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r}\right)\eta+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)\zeta+\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}\right)\xi^2+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{1}{r}\right)\eta^2+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r}\right)\zeta^2+2\frac{\partial}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}\right)\xi\eta+2\frac{\partial}{\partial y\,\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)\eta\zeta+2\frac{\partial}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)\xi\zeta\right]+\cdots\right\}=$$
$$=\pm e^2\left\{\frac{1}{r}-\frac{x}{r^3}\xi-\frac{y}{r^3}\eta-\frac{z}{r^3}\zeta+\frac{1}{2}\frac{1}{r^3}\left[\left(-1+\frac{3x^2}{r^2}\right)\xi^2+\left(-1+\frac{3y^2}{r^2}\right)\eta^2+\left(-1+\frac{3z^2}{r^2}\right)\zeta^2+6\frac{xy}{r^2}\xi\eta+6\frac{yz}{r^2}\eta\zeta+6\frac{xz}{r^2}\xi\zeta\right]+\cdots\right\}.$$

Ersetzen wir jetzt $\xi_\nu, \eta_\nu, \zeta_\nu$ durch unsere endgültigen Störungskoordinaten, so lauten die uns im folgenden allein interessierenden Glieder zweiter Ordnung:

$$V_{12}=\cdots\cdots\cdots\cdots+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}\{-(\xi_1-\xi_2)^2-(\eta_1-\eta_2)^2+2(\zeta_1-\zeta_2)^2\}+\cdots.$$

$$-V_{13}=\cdots+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}a^2\alpha_3^2+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}\left\{\frac{5}{4}(\xi_1-\varrho_3)^2-(\eta_1-a\alpha_3)^2-\frac{1}{4}(\zeta_1-\zeta_3)^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}(\xi_1-\varrho_3)(\zeta_1-\zeta_3)\right\}+\cdots.$$

$$-V_{14}=\cdots+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}a^2\alpha_4^2+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}\left\{\frac{5}{4}(\xi_1+\varrho_4)^2-(\eta_1+a\alpha_4)^2-\frac{1}{4}(\zeta_1-\zeta_4)^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}(\xi_1+\varrho_4)(\zeta_1-\zeta_4)\right\}+\cdots.$$

$$-V_{23}=\cdots+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}a^2\alpha_3^2+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}\left\{\frac{5}{4}(\xi_2-\varrho_3)^2-(\eta_2-a\alpha_3)^2-\frac{1}{4}(\zeta_2-\zeta_3)^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}(\xi_2-\varrho_3)(\zeta_2-\zeta_3)\right\}+\cdots.$$

$$-V_{24}=\cdots+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}a^2\alpha_4^2+e^2\frac{3\sqrt{3}}{2^4a^3}\left\{\frac{5}{4}(\xi_2+\varrho_4)^2-(\eta_2+a\alpha_4)^2-\frac{1}{4}(\zeta_2-\zeta_4)^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}(\xi_2+\varrho_4)(\zeta_2-\zeta_4)\right\}+\cdots.$$

$$V_{34}=\cdots+\frac{e^2}{2^4a^3}\{2a^2\alpha_3^2+2a^2\alpha_4^2\}+e^2\frac{1}{2^4a^3}\{2(\varrho_3+\varrho_4)^2-(a\alpha_3+a\alpha_4)^2-(\zeta_3-\zeta_4)^2\}+\cdots.$$

Die außerhalb der Klammern stehenden Terme rühren von dem Gliede erster Ordnung $\pm e^2\frac{x}{r^2}\xi$ her, da ja

$$\xi_3=-a+(a+\varrho_3)\cos\alpha_3=$$
$$=a\left(-\frac{\alpha_3^2}{2!}+\frac{\alpha_3^4}{4!}-\cdots\right)+\varrho_3\left(1-\frac{\alpha_3^2}{2!}+\cdots\right)=$$
$$=\varrho_3-a\frac{\alpha_3^2}{2}$$

und

$$-\xi_4=\varrho_4-a\frac{\alpha_4^2}{2}.$$

Die Summe der $V_{\nu\mu}$ bezeichnen wir im folgenden mit V:

$$V=V_{12}+V_{13}+V_{14}+V_{23}+V_{24}+V_{34}.$$

§ 2. Die kinetische Energie des Wasserstoffmoleküls. Wir berechnen zunächst die kinetische Energie des Kernes P_1. Setzen wir:

$$\varrho_1 e^{i\varphi_1} = \xi_1 + i\eta_1.$$
$$\zeta_1 = \zeta_1,$$

so sind ϱ_1, φ_1, ζ_1 seine Zylinderkoordinaten, bezogen auf ein mit dem ungestörten Molekül mitrotierendes Bezugssystem. Bezüglich eines im Raume ruhenden Systems dagegen entsprechen P_1 offenbar die Zylinderkoordinaten:

$$\varrho_1,\ \varphi_1 + \omega t,\ \zeta_1,$$

wobei ω mit entsprechendem Vorzeichen zu nehmen ist. Mithin lautet der Ausdruck für die kinetische Energie des Kernes P_1:

$$T_1 = \frac{M}{2}\{\dot\varrho_1^2 + \varrho_1^2(\omega + \dot\varphi_1)^2 + \dot\zeta_1^2\} =$$
$$= \frac{M}{2}\{\dot\xi_1^2 + \dot\eta_1^2 + \dot\zeta_1^2 + 2\omega(\xi_1\dot\eta_1 - \eta_1\dot\xi_1) + \omega^2(\xi_1^2 + \eta_1^2)\}.$$

Es ist ferner ohne weiteres einzusehen, daß die kinetische Energie des Elektrons P_3 sich berechnet als:

$$T_3 = \frac{m}{2}\left\{\left(\frac{d}{dt}(a + \varrho_3)\right)^2 + (a + \varrho_3)^2(\omega + \dot\alpha_3)^2 + \dot\xi_3^2\right\} =$$
$$= \frac{m}{2}\left\{a^2\omega^2 + 2a\omega^2\varrho_3 + 2a^2\omega\dot\alpha_3\right\} +$$
$$+ \frac{m}{2}\left\{\dot\varrho_3^2 + a^2\dot\alpha_3^2 + \dot\xi_3^2 + 4a\omega\varrho_3\dot\alpha_3 + \omega^2\varrho_3^2\right\}.$$

Für uns kommen dabei nur die in der zweiten Klammer zusammengefaßten Glieder zweiter Ordnung in Betracht. Von den Termen in der ersten Klammer fallen nämlich $a^2\omega^2$ und $2a^2\omega\dot\alpha_3$ bei der Bildung der Lagrangeschen Gleichungen weg und das aus $2a\omega^2\varrho_3$ sich ergebende Glied $2a\omega^2$ wird durch Terme erster Ordnung in V kompensiert.

Die Ausdrücke für die kinetische Energie des Kernes P_2 und des Elektrons P_4 entstehen aus den Formeln für T_1 und T_3 einfach durch die Ersetzung der Indizes 1 bzw. 2 durch 3 bzw. 4.

Die kinetische Energie des gesamten Moleküls bezeichnen wir mit

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4.$$

§ 3. Die Gleichungen für die freien Schwingungen des Wasserstoffmoleküls. Ist q irgendeine unserer generellen Koordinaten, so gilt zufolge den Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot q}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial V}{\partial q}.$$

Dies ergibt mit Rücksicht auf die Beziehung:

$$ma\omega^2 = \frac{3\sqrt{3} - 1}{4}\frac{e^2}{a^2}$$

die nachstehenden Bewegungsgleichungen:

$$M\ddot\xi_1 - 2\omega M\dot\eta_1 - M\omega^2\xi_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{7\xi_1 - 2\xi_2 - \frac{5}{2}\varrho_3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_3 + \frac{5}{2}\varrho_4 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_4\right\}.$$

$$M\ddot\eta_1 + 2\omega M\dot\xi_1 - M\omega^2\eta_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{-2\eta_1 - 2\eta_2 + 2a\alpha_3 - 2a\alpha_4\right\}.$$

$$M\ddot\zeta_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{-5\zeta_1 + 4\zeta_2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\varrho_3 + \frac{1}{2}\zeta_3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\varrho_4 + \frac{1}{2}\zeta_4\right\}.$$

$$M\ddot\xi_2 - 2\omega M\dot\eta_2 - M\omega^2\xi_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{-2\xi_1 + 7\xi_2 - \frac{5}{2}\varrho_3 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_3 + \frac{5}{2}\varrho_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_4\right\}.$$

$$M\ddot\eta_2 + 2\omega M\dot\xi_2 - M\omega^2\eta_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{-2\eta_1 - 2\eta_2 + 2a\alpha_3 - 2a\alpha_4\right\}.$$

$$M\ddot\zeta_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}m\omega^2\left\{4\zeta_1 - 5\zeta_2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\varrho_3 + \frac{1}{2}\zeta_3 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\varrho_4 + \frac{1}{2}\zeta_4\right\}.$$

$$m\ddot\varrho_3 - 2m\omega a\dot\alpha_3 - m\omega^2\varrho_3 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{-\frac{15\sqrt{3}}{2}\xi_1 + \frac{27}{2}\zeta_1 - \frac{15\sqrt{3}}{2}\xi_2 - \frac{27}{2}\zeta_2 + (15\sqrt{3} - 4)\varrho_3 - 4\varrho_4\right\}.$$

$$ma^2\ddot\alpha_3 + 2m\omega a\dot\varrho_3 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{6\sqrt{3}a\eta_1 + 6\sqrt{3}a\eta_2 - 2a^2\alpha_3 + 2a^2\alpha_4\right\}.$$

$$m\ddot{\xi}_3 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{\frac{2}{2}\xi_1+\frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_1-\frac{27}{2}\xi_2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_2-(3\sqrt{3}-2)\zeta_3-2\zeta_4\right\}.$$

$$m\ddot{\varrho}_4-2m\omega a\dot{\alpha}_4-m\omega^2\varrho_4 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{\frac{15\sqrt{3}}{2}\xi_1+\frac{27}{2}\zeta_1+\frac{15\sqrt{3}}{2}\xi_2-\frac{27}{2}\zeta_2-\right.$$
$$\left.-4\varrho_3+(15\sqrt{3}-4)\varrho_4\right\}.$$

$$ma^2\ddot{\alpha}_4+2m\omega a\dot{\varrho}_4 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{-6\sqrt{3}a\eta_1-6\sqrt{3}a\eta_2+2a^2\alpha_3-2a^2\alpha_4\right\}.$$

$$m\ddot{\zeta}_4 = \frac{m\omega^2}{4(3\sqrt{3}-1)}\left\{-\frac{27}{2}\xi_1+\frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_1+\frac{27}{2}\xi_2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\zeta_2-2\zeta_3-(3\sqrt{3}-2)\zeta_4\right\}.$$

§ 4. Die Eigenschwingungen des Wasserstoffmoleküls. Zur einfacheren Auflösung des obigen Gleichungssystems kann man versuchsweise einen Weg einschlagen, der sich erst nachträglich dadurch als brauchbar erweist, daß er in Übereinstimmung mit der Theorie der Differentialgleichungen 12 Lösungen mit 24 reellen, willkürlich und voneinander unabhängig wählbaren Konstanten liefert.

Unser Verfahren besteht darin, daß wir die Annahmen machen:

A) $\xi_1 = \xi_2$, $\eta_1 = \eta_2$, $\varrho_3 = -\varrho_4$, $a\alpha_3 = -a\alpha_4$.
B) $\zeta_1 = \zeta_2$, $\zeta_3 = \zeta_4$.
C) $\xi_1 = -\xi_2$, $\eta_1 = -\eta_2$, $\zeta_3 = -\zeta_4$.
D) $\zeta_1 = -\zeta_2$, $\varrho_3 = \varrho_4$, $a\alpha_3 = a\alpha_4$

und dabei jedesmal alle in dem betreffenden Falle nicht angeführten Koordinaten gleich Null setzen. In dieser Weise erhalten wir vier Systeme von Differentialgleichungen, die sich nach den üblichen Methoden[1]) einfach behandeln lassen, weil alle dabei auftretenden Säkulärgleichungen schließlich in quadratische Gleichungen zerfällt werden können. Selbstverständlich werden die gleich anzugebenden Resultate auch erhalten, wenn wir von der Säkulärgleichung des gesamten in § 3 angegebenen Systems von Bewegungsgleichungen ausgehen. Wir überzeugen uns dann einfach, daß die „große" Säkulärgleichung gleich dem Produkte der vier den Fällen A bis D entsprechenden Säkulärgleichungen ist.

Nachstehend stellen wir die Ergebnisse der Rechnung übersichtlich zusammen. Bei jeder Eigenschwingung geben wir an: das Quadrat der Eigenfrequenz ν^2, die Eigenfrequenz ν und die Störungskoordinaten als Funktion der Zeit oder, wo dies angängig ist, die durch die Beziehung:

$$\xi_1 = \bar{\xi}_1 e^{i\nu t},\ \eta_1 = \bar{\eta}_1 e^{i\nu t},\ \zeta_1 = \bar{\zeta}_1 e^{i\nu t} \ldots \text{ usf.}$$

bestimmten Amplituden $\bar{\xi}_1, \bar{\eta}_1, \bar{\zeta}_1$ usw. Die zu einer bestimmten Eigenschwingung gehörigen $\bar{\xi}_1, \bar{\eta}_1, \bar{\zeta}_1, \bar{\xi}_2, \ldots \bar{\zeta}_4$ sind nur bis auf einen gemeinsamen konstanten komplexen Faktor bestimmt, der im folgenden nicht angegeben wird. Von den explizit hingeschriebenen Konstanten sind die in B_1 und D_1 reell, alle übrigen aber sind komplex. Das Zeichen $\doteq$ bedeutet angenäherte Gleichheit.

ad A) In diesem Falle erhält man die Lösungen:

A$_1$) $\frac{\nu^2}{\omega^2} = 1$ ist eine zweifache Wurzel der der Annahme A entsprechenden Säkulärgleichung.

$$\bar{\xi}_1 = \bar{\varrho}_3 = (b_1 + b_2 t)e^{i\omega t}.$$
$$\bar{\eta}_1 = a\bar{\alpha}_3 = i\bar{\xi}_1.$$

A$_2$) $$\frac{\nu^2}{\omega^2} = -\frac{8-21\sqrt{3}+3\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)} + \left\{\left(\frac{8-21\sqrt{3}+3\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)}\right)^2 - \left(\frac{4-27\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \mu\,\frac{243-3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)^2} - \mu^2\frac{135}{4(3\sqrt{3}-1)^2}\right)\right\}^{1/2}.$$
$$\doteq 1{,}99481 + 1{,}19993\mu$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega} \doteq 1{,}41238 + 0{,}42479\mu,$$

wobei

$$\mu = \frac{m}{M} = \frac{1}{1843{,}7} = 5{,}424\cdot 10^{-4}.$$[1])
$$\bar{\xi}_1 \doteq 1{,}29641\mu.$$
$$\bar{\eta}_1 \doteq 2{,}37874\mu i.$$
$$\bar{\varrho}_3 \doteq -1{,}73832 - 2{,}85902\mu.$$
$$a\bar{\alpha}_3 \doteq -2{,}7955 i - 5{,}20619\mu i.$$

A$_2$) $$\frac{\nu^2}{\omega^2} = -\frac{8-21\sqrt{3}+3\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)} -$$

1) Vgl. etwa E. J. Routh, Stability of motion, London 1877, oder desselben Autors: Die Dynamik der Systeme starrer Körper, deutsch von A. Schepp, Leipzig 1898.

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. **50**, 901, 1916.

$$-\left|\left(\frac{8-21\sqrt{3}+3\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)}\right)^2-\left(\frac{4-27\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)^2}-\mu\,\frac{243-3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)^2}-\mu^2\,\frac{135}{4(3\sqrt{3}-1)^2}\right)\right|^{1/2}\cdot$$

$$\cdot -0{,}30439-1{,}50951\,\mu$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega}\cdot 0{,}55172\,i-1{,}36801\,\mu i.$$

$$\xi_1\cdot -1{,}02601\,\mu.$$

$$\overline{\eta}_1\cdot -1{,}69461\,\mu.$$

$$\overline{\varrho}_3\cdot 0{,}92338+5{,}80360\,\mu.$$

$$a\overline{a}_3\cdot 1{,}87706+7{,}28589\,\mu.$$

ad B) Hier ergibt sich:

$$B_1)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=0.$$

$$\cdot\ \xi_1=a_1+a_2 t.$$

$$\zeta_3=\xi_1.$$

$$B_2)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=\frac{3\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\cdot(1+\mu)\cdot$$

$$\cdot\ 0{,}30958(1+\mu)$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega}\cdot 0{,}55640\left(1+\frac{1}{2}\mu\right)\cdot$$

$$\xi_1=-\mu.$$

$$\zeta_3=1.$$

ad C) Diese Annahme liefert:

$$C_1)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=1.$$

$$\xi_1=\frac{c_1}{\sqrt{3}}e^{i\omega t}.$$

$$\eta_1=i\xi_1.$$

$$\zeta_3=-\sqrt{3}\cdot\xi_1.$$

$$C_2)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=\frac{1}{8(3\sqrt{3}-1)}[-(8-15\sqrt{3}+27\sqrt{3}\mu)+3\sqrt{3}(9+(-234+32\sqrt{3})\mu+81\mu^2)^{1/2}]\cdot 1-6\mu+\cdots$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega}\cdot 1-3\mu+\cdots.$$

$$\xi_1\cdot\frac{18\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}-\frac{33\sqrt{3}-8}{4(3\sqrt{3}-1)}6\mu\cdot$$

$$\cdot\ 1{,}85747-17{,}5724\,\mu.$$

$$\eta_1\cdot i\xi_1.$$

$$\zeta_3\cdot -\frac{27}{4(3\sqrt{3}-1)}(2-6\mu)\cdot$$

$$\cdot -3{,}21723+9{,}65170\,\mu.$$

$$C_3)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=\frac{1}{8(3\sqrt{3}-1)}[-(8-15\sqrt{3}+27\sqrt{3}\mu)-3\sqrt{3}(9+(-234+32\sqrt{3})\mu+81\mu^2)^{1/2}]\cdot$$

$$\cdot\ \frac{3\sqrt{3}-4}{4(3\sqrt{3}-1)}-\frac{24+7\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu+\cdots\cdot$$

$$\cdot\ 0{,}071265-2{,}15223\,\mu$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega}\cdot 0{,}26695-4{,}03109\,\mu.$$

$$\xi_1\cdot -\frac{15\sqrt{3}-8}{4(3\sqrt{3}-1)}\cdot\frac{24+7\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu\cdot$$

$$\cdot -2{,}30562\,\mu.$$

$$\eta_1\cdot 2i\sqrt{\frac{3\sqrt{3}-4}{4(3\sqrt{3}-1)}\cdot\frac{24+7\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu}\cdot$$

$$\cdot\ 1{,}14910\sqrt{\mu}\,i.$$

$$\zeta_3\cdot -\frac{27}{4(3\sqrt{3}-1)}\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{15\sqrt{3}-8}{4(3\sqrt{3}-1)}-\frac{24+7\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu\right)\cdot$$

$$\cdot -1{,}72326+3{,}46212\,\mu.$$

ad D) Unter dieser Voraussetzung wird erhalten:

$$D_1)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2}=0.$$

$$\zeta_1=\frac{2ad_1}{3\sqrt{3}\omega}\cdot$$

$$\varrho_3=\frac{2ad_1}{3\omega}\cdot$$

$$c_2=d_1 t+d_2.$$

$$D_2)\quad \frac{\nu^2}{\omega_2}=-\frac{4-21\sqrt{3}-27\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1}+\left|\left(\frac{4-21\sqrt{3}-27\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)}\right)^2-\frac{27\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu\right|^{1/2}\cdot$$

$$\cdot\ \frac{27\sqrt{3}}{21\sqrt{3}-4}\mu+\cdots\cdot 1{,}44458\,\mu+\cdots$$

oder

$$\pm\frac{\nu}{\omega}\cdot 1{,}20191\sqrt{\mu}.$$

$$\xi_1\cdot\frac{21\sqrt{3}-4}{27}-\frac{4(3\sqrt{3}-1)\sqrt{3}}{21\sqrt{3}-4}\mu\cdot$$

$$\cdot\ 1{,}19900-0{,}89802\,\mu.$$

$$\overline{\varrho}_3\cdot 1.$$

$$a\bar{c}_3 = 2\sqrt{\frac{21\sqrt{3}-4}{27\sqrt{3}}}\,\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,i =$$

$$= 1{,}66403\,\frac{1}{\sqrt{\mu}}\,i = \text{rund } 71\,i.$$

$$D_3)\quad \frac{\nu^2}{\omega^2} = -\frac{4-21\sqrt{3}-27\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)} - \left|\left(\frac{4-21\sqrt{3}-27\sqrt{3}\mu}{8(3\sqrt{3}-1)}\right)^2 - \frac{27\sqrt{3}}{4(3\sqrt{3}-1)}\mu\right| \cdot$$

$$\cdot\,\frac{21\sqrt{3}-4}{4(3\sqrt{3}-1)} +$$

$$+\,\frac{729}{4(3\sqrt{3}-1)(21\sqrt{3}-4)}\,\mu + \cdots$$

$$= 1{,}92874 + 1{,}34163\,\mu$$

oder

$$+\frac{\nu}{\omega} = 1{,}38879 + 0{,}48303\,\mu$$

$$\bar{\zeta}_1 = -\frac{27}{21\sqrt{3}-4}\,\mu = -0{,}83403\,\mu$$

$$\bar{\varrho}_3 = 1$$

$$a\bar{c}_3 = 2\,i\,\frac{\omega}{\nu} = 1{,}44010\,i - 0{,}50087\,\mu\,i.$$

Wir gehen nun an die Diskussion der obigen Lösungen und betrachten zunächst ihre allgemeinen, schon in den Annahmen A—B zum Ausdruck kommenden Eigenschaften.

Die Eigenschwingungen A und B finden so statt, daß sich der Abstand der beiden Kerne bzw. der der beiden Elektronen nicht ändert. In C und D hingegen bewegen sich einerseits P_1 und P_2, andererseits P_3 und P_4 zueinander spiegelbildlich in bezug auf den Schwerpunkt des Moleküls. Ferner erfolgen die Eigenschwingungen A in der Ebene senkrecht zur Rotationsachse, während die in B parallel zu dieser Richtung stattfinden. Bei den Eigenschwingungen C bewegen sich die Elektronen parallel der Rotationsachse, die Kerne in der dazu senkrechten Ebene. In D ist dies gerade umgekehrt.

Betreffs der einzelnen Lösungen wollen wir bemerken, daß sie, den in der Rechnung gemachten Vernachlässigungen entsprechend, die Bewegung nur bis auf Glieder höherer Größenordnung (und zwar von einem mitrotierenden Bezugssystem aus gesehen) beschreiben.

Vor allem stellen wir jetzt fest, daß in den obigen Lösungen (was man ja schon von vornherein erwartete) auch ganz triviale, kaum als Schwingungen im engeren Sinne anzusprechende Bewegungen enthalten sind; und zwar stellen:

A_1 und B_1 eine Translationsbewegung des Moleküls senkrecht bzw. parallel zur Rotationsachse dar.

C_1 bedeutet eine ganz reguläre Bewegung des H_2-Modells, wobei sich nur die Molekülachse in einer neuen, gegen die ursprüngliche etwas geneigten Lage befindet. $\frac{|c_1|}{a}$ mißt dabei den Winkel zwischen der alten und der neuen Achse.

Die Lösung D_1 entspricht endlich (abgesehen von einer einfachen Drehung um den Winkel d_2) einer sonst regulären Rotation des Moleküls mit der veränderten Winkelgeschwindigkeit $\omega + d_1$. Allen bisher besprochenen Bewegungen ist ihre völlige Unabhängigkeit von dem Zahlenwerte für die Kernmasse gemeinsam.

Wir bemerken, daß A_1 und C_1 durch periodische Funktionen (mit der Periode ω) dargestellt werden. Dies ist einzig dadurch bedingt, daß wir die Bewegung von einem mit dem ungestörten Moleküle mitrotierenden Bezugssysteme aus betrachten. Von der Richtigkeit dieser unserer Behauptung überzeugt man sich einfach durch eine Transformation auf ein im Raume ruhendes Koordinatensystem.

Von den übrigen Lösungen bilden

$$A_2, A_3, B_2, C_3, D_3$$

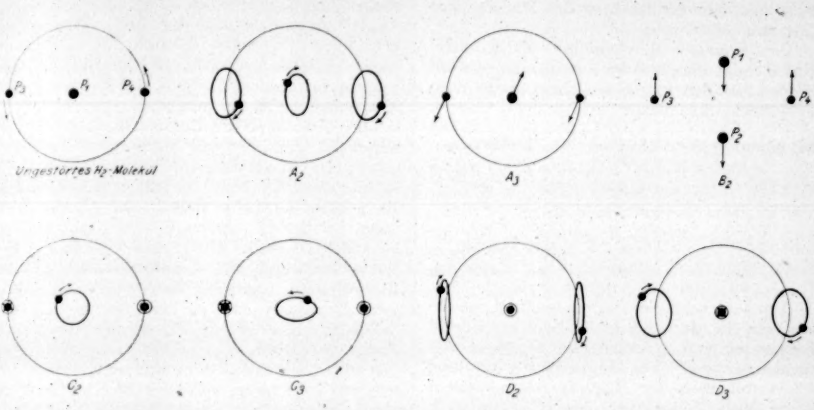
insofern eine eigene Gruppe, als sie bei wachsender Kernmasse im wesentlichen bestehen bleiben und im Grenzfalle $\mu = 0$ mit den bei Frl. van Leeuwen mit

$$e, f, b, a, d$$

bezeichneten Eigenschwingungen[1]) identisch werden. Eine Vorstellung von dem Charakter dieser Eigenschwingungen geben am einfachsten die nebenstehenden Figuren, die (vom mitrotierenden Bezugssystem aus betrachtet) für die einzelnen Punkte P die Bahn, eine momentane

1) Bei Frl. van Leeuwen hat sich bei der Berechnung von d (in den Proc. Amsterdam mit C_2 bezeichnet) ein Rechenfehler eingeschlichen. Nach den Proc. Amsterdam lassen sich die Rechnungen leicht richtigstellen. Aus den dortigen Gleichungen (3) ergibt sich $n_{c_2} = (n_d =) 1{,}38879\,\omega$ und $\frac{a}{r\mu} = +0{,}694\,i$. Demgemäß sind in den beiden Behandlungen die dortigen Figuren d und C_2 durch die unsrige D_3 zu ersetzen.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß für $\mu = 0$ unsere Eigenschwingung D_1, die ja von μ überhaupt nicht abhängt, nicht in die van Leeuwensche c übergeht. Der Grund ist der folgende: Frl. van Leeuwen betrachtet die Eigenschwingungen bei festgehaltenen Kernen. Um ihre Formeln zu erhalten, müssen wir in den Gleichungen des § 3 schon von vornherein $\xi_1, \eta_1, \zeta_1, \xi_2, \eta_2, \zeta_2$ gleich Null setzen. Beim Grenzübergang $M = \infty$ ($\mu = 0$) bleiben aber die Kerne noch immer beweglich ($\xi_1, \eta_1, \ldots \zeta_2 \neq 0$ im allgemeinen). Wie aus den ersten 6 Gleichungen des § 3 folgt, besteht dann die allgemeinste Bewegung der Kerne in einer Translation, so als ob gar keine Kräfte auf sie wirken würden.



Lage und die Richtung der ihr entsprechenden Geschwindigkeit darstellen. Mit Ausnahme von B_2 sind dabei in allen Fällen die Bewegungen in der Richtung der Molekülachse gesehen; B_2 ist eine Seitenansicht. Das Molekül als Ganzes ist in allen Figuren in dem beim ungestörten Moleküle durch Pfeile angedeuteten Sinne rotierend zu denken. Durch einen Kreis bzw. ein Kreuz im Kreise wird in unserer Zeichnung angedeutet, daß der betreffende Punkt seine zur Zeichenebene senkrechten Schwingungen vor bzw. hinter ihr ausführt und gleichzeitig dabei eine gegen den Beschauer hin bzw. von ihm weg gerichtete Geschwindigkeit besitzt. Die Bahnen der Kerne sind mit Ausnahme der dem Fall C_2 entsprechenden Figur in dem M/m-fachen Maßstabe gezeichnet. Die Punkte P_ν bewegen sich hier, wie dies bei kleinen Schwingungen im allgemeinen der Fall ist, in geraden Linien oder in Ellipsen, deren Lage und Größe aus den obigen Zahlenangaben unschwer zu entnehmen sind.

Besonders müssen wir nur noch auf A_3 hinweisen, wo die Abweichung aus der stationären Lage (imaginäre Schwingungsfrequenz!) mit der Zeit exponentiell ab- oder zunimmt. Dies ist nämlich eine, aber auch die einzige instabile Bewegung des Bohr-Debyeschen Wasserstoffmoleküls.

Es erübrigt jetzt nur noch die Besprechung der Eigenschwingungen C_2 und D_2.

C_2 ist als eine nur wenig verzerrte reguläre Präzession anzusprechen. Die Kerne beschreiben ja hier Kreisbahnen und es bewegt sich in erster Annäherung das Molekül so, daß die vier Punkte P_ν ihre, gegen die bei ungestörter Bewegung bestehende übrigens nur wenig geänderte Konfiguration beibehalten.

D_2 schließlich ist eine Eigenschwingung, bei der sich die Kerne längs der Rotationsachse periodisch bewegen, während die Elektronen in der zu ihr senkrechten Ebene, in der Richtung der $a\alpha_\nu$-Achsen langgestreckte Ellipsen beschreiben. $\overline{\varrho_1}$ und $\overline{\varrho_3}$ sind von gleicher Größenordnung, $a\overline{\alpha_3}$ ist dagegen wesentlich (ungefähr 71 mal) größer. In unserer Figur ist daher bei den Elektronenellipsen die große Achse gegenüber der kleinen zehnfach verkleinert[1]).

Die von uns berechneten Eigenfrequenzen ν sind, wie wir schon bemerkten, auf ein mit dem Molekül mitrotierendes Koordinatensystem bezogen. Nun wollen wir uns aber auch darüber klar werden, wie ein ruhender Beobachter die Frequenzen der einzelnen Punkte unseres Modells beurteilt. Zu diesem Zwecke zerlegen wir mit Lord Rayleigh[2]) die Schwingungen eines jeden Punktes P_ν in drei Komponenten: in eine lineare, parallel der Rotationsachse und in zwei entgegengesetzt zirkulare, senkrecht zu dieser Richtung. Die lineare Schwingung hat dann im ruhenden Bezugssystem die gleiche Frequenz wie im mitrotierenden, die beiden zirkularen Komponenten aber ergeben durch Superposition mit der Bewegung des ganzen Moleküls die Frequenzen $\nu + \omega$ bzw. $\nu - \omega$, je nachdem der Umlaufssinn der Zirkularschwin-

1) Diese Eigenschwingung wurde von Herrn Professor Sommerfeld auch für allgemeinere Bohrsche Molekülmodelle berechnet. Siehe darüber im § 5.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) **24**, 410, 1892.

gung mit dem der Rotation des Modells übereinstimmt oder nicht.

Im einzelnen durchgeführt (siehe unsere Figur) ergibt dies, daß im ruhenden System den Kernen bzw. den Elektronen die nachstehenden Frequenzen zukommen:

Eigenschwingung	Kerne	Elektronen
A_2	$\nu-\omega,\ \nu+\omega$	$\nu-\omega,\ \nu+\omega$
B_2	ν	ν
C_2	$\nu-\omega$	ν
C_3	$\nu-\omega,\ \nu+\omega$	ν
D_2	ν	$\nu-\omega,\ \nu+\omega$
D_3	ν	$\nu-\omega,\ \nu+\omega$

Um auch noch die Frage zu erörtern, welche von den in der obigen Tabelle enthaltenen Frequenzen dem ultraroten Teile des Spektrums angehören, vergleichen wir die Werte für ν und $\nu+\omega$ mit dem der H_α-Linie entsprechenden Werte $\nu_{H\alpha}$ (Wellenlänge der H_α-Linie nach Watson 6563,05 A-E, $\omega = 4{,}214 \cdot 10^{16}\,\mathrm{sec}^{-1}$ nach Debye)

$$\nu_{H\alpha} = \frac{10^8 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{6563{,}05} = \frac{2\pi}{4{,}124 \cdot 10^{16}}\,\omega = 6{,}82 \cdot 10^{-2} \cdot \omega$$

und ersehen daraus, daß nur zwei Eigenfrequenzen ins Ultrarot fallen, und zwar die der Präzessionsschwingung C_2 entsprechende Frequenz $\omega - \nu_{C_2} = 3\mu\omega = 1{,}627 \cdot 10^{-3}\,\omega$ ins langwellige und die D_2 zukommende Frequenz $\nu_{D_2} = 2{,}799 \cdot 10^{-2}\,\omega$ ins kurzwellige Gebiet.

Endlich erwähnen wir noch, daß sich bei der Eigenschwingung C_2 die Kerne in Kreisen bewegen, ihnen daher im ruhenden Systeme nur die eine Frequenz

$$\omega - \nu_{C_2} = 3\mu\omega$$

entspricht, die mit der von Krüger[1]) angegebenen Frequenz der „Präzessionsschwingung" vollständig übereinstimmt.

§ 5. Die Eigenschwingungen komplizierterer Bohrscher Moleküle mit beweglichen Kernen. Im folgenden betrachten wir Moleküle, die aus zwei Kernen und einem in der zu ihrer Verbindungslinie senkrechten Ebene rotierenden Elektronenringe bestehen. Besitzen dabei die beiden Kerne gleiche Ladungen und gleiche Massen, so sind die Moleküle in bezug auf den Elektronenring symmetrisch (z. B. H_2, O_2, N_2), sonst aber sind sie unsymmetrisch (z. B. HCl, CO). Die Eigenschwingungen solcher Moleküle lassen sich, wenn die Kerne ruhend gedacht werden, mit Benützung der in einer Arbeit von Sommerfeld[2]) entwickelten Formeln ohne prinzipielle Schwierigkeiten berechnen. Unter Zugrundelegung der beim Wasserstoff erhaltenen Ergebnisse können wir nun aber auch einfach feststellen, welche Eigenschwingungen bei Berücksichtigung der Bewegung der Kerne neu auftreten werden.

Die Annahme der Beweglichkeit der Kerne verschafft dem Molekül sechs neue Freiheitsgrade, also gerade ebensoviele, wie sie ein starrer Körper besitzt. Nun hat aber das Molekül, auch wenn die Kerne ruhen, eine Eigenschwingung, bei der es sich ohne seine Konfiguration zu ändern bewegt. Es ist dies einfach die ursprüngliche und die Gesamtheit der zu ihr benachbarten regulären Bewegungen (bei Frl. van Leeuwen mit c, bei uns mit D_1 bezeichnet). Die durch die Beweglichkeit der Kerne gewonnenen sechs Freiheitsgrade bedingen also höchstens fünf solcher Eigenschwingungen, bei denen sich das Molekül wie ein starrer oder nahezu starrer Körper bewegt.

Daß aber das allgemeinere Bohrsche Molekül diese fünf Eigenschwingungen auch tatsächlich besitzt, machen unsere Rechnungen für das H_2-Molekül sehr plausibel. Ja es ist sogar zu erwarten, daß von den fünf Freiheitsgraden entfallen werden: drei auf die Translationsbewegung des Moleküls (bei H_2 waren es A_1 und B_1), einer auf eine „Präzessionsschwingung" (C_2) und einer auf eine im übrigen reguläre Bewegung des Moleküls, bei der nur die Molekülachse gegen die ursprüngliche Lage etwas verdreht ist (C_1). Die sechste der neu entstehenden Eigenschwingungen ist bereits von Herrn Prof. Sommerfeld sowohl für ein symmetrisches als auch für ein unsymmetrisches zweiatomiges Bohrsches Molekül berechnet und in einem Kolleg über die „Probleme der Atomistik" im Wintersemester 1915/16 besprochen worden. Diese Bewegung (bei H_2 mit D_2 bezeichnet) ist beim symmetrischen Molekül in bezug auf den Schwerpunkt symmetrisch und besteht in einem Gegeneinanderschwingen der beiden Kerne längs der Molekülachse, wobei alle Elektronen mit gleicher Phase, in der zur Rotationsachse senkrechten Ebene gelegene und in der Richtung der Bahntangente gestreckte Ellipsen beschreiben. In den unsymmetrischen Molekülen kreisen bei dieser Schwingung die Elektronen nicht mehr auf ebenen Bahnen, sondern treten auch aus der Ebene, in der sie sich bei ungestörter Bewegung befinden, heraus.

§ 6. Folgerungen: Stabilität des Bohrschen Moleküls, Dispersionsformel beim Mitschwingen der Kerne. Aus den Erörterungen des letzten Paragraphen ist zu entnehmen, daß beim zweiatomigen Bohrschen Molekül durch die Berücksichtigung der Be-

1) F. Krüger, loc. cit.

2) A. Sommerfeld, Elster- und Geitel-Festschrift, S. 549, Braunschweig 1915.

wegung der Kerne keine neue instabile Eigenschwingung zutage tritt. Insbesondere ist beim Wasserstoff, wie schon früher betont wurde, im ganzen nur eine einzige solche Schwingung (A_3) vorhanden[1]).

Trotz der mangelnden Stabilität des H_2-Moleküls ist aber eine Präzessionsschwingung stets möglich, wenigstens wenn der Winkel, den die Molekülachse mit der Richtung des im Raume festen Impulses einschließt, hinreichend klein ist. Über Präzessionsschwingungen mit größeren Winkeln zwischen dem Impuls und der Molekülachse, wie dies die Theorien von Krüger und Epstein voraussetzen, können wir jedoch aus unseren Rechnungen keine exakten Schlüsse ziehen.

Für die Theorie der Dispersion ist das Resultat wichtig, daß bei allen durch das Mitschwingen der Kerne bedingten Eigenschwingungen im symmetrischen Molekül das elektrische Moment gleich Null bleibt. Bei der Translationsbewegung und bei der für H_2 mit C_1 bezeichneten Eigenschwingung ändert sich ja die Konfiguration der vier Punkte P_r überhaupt nicht und die beiden ultraroten Eigenschwingungen (für H_2 waren es C_2 und D_2) sind eben symmetrisch in bezug auf den Schwerpunkt des Moleküls. Alle diese Eigenschwingungen sprechen daher auf äußere, homogene, elektrische Wellen nicht an, und es können infolgedessen in der Dispersionsformel keine Glieder auftreten, die durch eine dieser sechs Schwingungen bedingt werden. Die Debyesche Dispersionsformel[1]) für den Wasserstoff muß also im wesentlichen auch im Ultraroten gelten und die Sommerfeldschen[2]) Dispersionsformeln für O_2 und N_2 lassen sich durch die Berücksichtigung der Bewegung der Kerne nicht wesentlich verbessern[3]).

Anders liegen die Verhältnisse bei unsymmetrischen zweiatomigen Molekülen, deren Kerne ungleich stark geladen sind (etwa HCl). Die bei den ultraroten Eigenschwingungen, nämlich die Präzessionsschwingung und die von Sommerfeld berechnete, werden hier durch Lichtwellen angeregt und beeinflussen daher die Dispersion.

1) Siehe H. J. van Leeuwen, loc. cit.

1) P. Debye, Münchn. Ber. 1915, S. 1.
2) A. Sommerfeld, loc. cit.
3) Sowohl das elektrische Moment, als auch die für die Dispersion hier in Betracht kommenden Schwingungszahlen sind bei Berücksichtigung des Mitschwingens der Kerne nur um Glieder von der Größenordnung des μ zu ändern.

München, im Februar 1917.

(Eingegangen 8. April 1917.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Das umgekehrte Spektrum und seine Komplementärverhältnisse.

Von A. Kirschmann.

Bei der Zerlegung des weißen Lichtes in seine Bestandteile mittelst Prismas oder Gitters bedient man sich seit Newtons grundlegendem Versuch eines Spaltes, d. h. einer in ihrer Weite regulierbaren rechteckigen Öffnung in einer undurchsichtigen Wand. Der Spalt ist in der Tat das einfachste Mittel, um die durch Brechung oder Beugung getrennten Strahlengattungen in eine nach Wellenlängen oder Schwingungszahlen geordnete lineare Reihenfolge zu bringen. Dabei ist die „Reinheit" des Spektrums umgekehrt proportional der Weite des Spaltes, wenn man unter Reinheit den Grad der Beschränkung der Superposition von Wellenlängen versteht. Ein Spektrum ist um so reiner, je weniger verschieden an jeder Stelle die superponierten Wellenlängen sind. Diese Verschiedenheit ist auch bei einem „sehr reinen" Spektrum noch eine verhältnismäßig große. Wenn man mittelst eines Spaltes von $^1/_{100}$ mm Weite ein Spektrum von 1 m Länge entwirft, so hat man infolge des Übereinanderfallens der Spaltbilder an jeder Stelle des Spektrums immer noch eine Superposition von Strahlen, deren größte und kleinste Schwingungszahl einen Unterschied von vier Millionen in der Sekunde aufweisen. Das ist zwar prozentual gegenüber den sich in den Billionen bewegenden Schwingungszahlen selbst nicht viel. Wir wissen aber nicht, ob es hier auf die Verhältnisse oder auf die absoluten Unterschiede ankommt. Ein absolut reines Spektrum, in welchem an jeder Stelle nur eine Wellenlänge oder Schwingungsfrequenz anzutreffen wäre, setzt einen Spalt von der Weite o voraus und ist daher ein Ding der Unmöglichkeit. Solange man der relativen Bedeutung der spektralen Reinheit sowie des Umstandes eingedenk bleibt, daß sich dieselbe auf rein physikalische Eigenschaften des Spektrums bezieht, liegt eine ganz berechtigte Anwendung

des mathematischen Hilfsbegriffes der „Annäherung an die Null" vor. Denn Spaltweite und Superpositionsgröße nähern sich im selben Sinne einem Minimum. Sobald man aber unter der „Reinheit" des Spektrums nicht mehr lediglich eine zahlenmäßig festzustellende Eigenschaft der vermutlichen physischen Vorgänge, sondern eine solche der psychischen Paralleltatsachen, der Farbenwahrnehmung, versteht, verliert die Anwendung dieses Begriffes jede Berechtigung. Denn, erstlich ist die Qualität der Lichtempfindung keineswegs eindeutig durch die Wellenlänge bestimmt, und zweitens ist die Reinheit oder Sättigung einer Farbenempfindung eine Funktion, deren Maximum nicht mit dem Minimum, dem Nullpunkt, einer anderen Variabeln dieser Empfindung, der Intensität, zusammenfallen kann. Selbst wenn es ausgemacht wäre, daß es vollständig homogenes Licht, d. h. Licht in welchem keine Wellenlängenverschiedenheiten vorkämen, geben könnte, und daß solches Licht Farbenempfindungen auslöste, so könnte solches homogenes und absolut monochromatisches Licht doch niemals mit Hilfe eines Spaltes erzeugt werden. Wir werden auf diese Seite unseres Gegenstandes im Laufe unserer Darlegungen später noch zurückzukommen haben.

Noch ein anderer folgenschwerer Irrtum heftet sich für gewöhnlich an die Benutzung des Spaltes. Nicht allein, daß man ihn in allen Fällen, wo es sich nicht um annähernd punktförmige Lichtquellen handelt, als das alleinige und unumgängliche Mittel zur Herstellung gesättigter Spektral-„Farben" ansieht, man betrachtet ihn auch als ein letzthin einfaches Instrument. Nun lassen sich aber auch ohne Spalt Spektralfarben erzeugen, die an Intensität und Sättigung denen eines Spaltspektrums unter günstigsten Reinheits- und Intensitätsverhältnissen nicht allein nicht nachstehen, sondern sie sogar noch übertreffen können. Und außerdem ist ein Spalt durchaus keine einfache Einrichtung; denn er besteht, ganz abgesehen von der Diffraktion und anderen optischen Komplikationen[1]), schon rein geometrisch aus zwei getrennten und voneinander unabhängigen Teilen. Das einfachste Instrument zur Erzeugung eines Spektrums ist der „halbe Spalt", d. h. die einfache undurchsichtige Kante oder die geradlinige Grenze zwischen einem hellen (durchsichtigen) und einem dunklen (undurchsichtigen) Felde. Das Licht, das an einer solchen dunklen Kante vorbei und dann durch ein Prisma geht, erzeugt ein intensives farbiges Spektrum. Liegt der dunkle Teil auf der Seite des brechenden Winkels des Prismas, so beginnt die Farbenreihe mit Rot und endet mit Gelb, einem Gelb, das weder grünlich ist, noch eine Tendenz nach dem Orange hin besitzt. Dazwischen finden sich die Übergänge zwischen diesen Endfarben, also Rotorange, Orange, Goldgelb. Dreht man den Halbspalt um, so daß der helle Teil nach der Seite der brechenden Kante des Prismas gerichtet ist, so zeigt das Spektrum die Farben Blau, Ultramarinblau (d. h. Violettblau) und Violett. Von diesen Farben der beiden Spektra entsprechen das Rot und Violett ganz den Endfarben des gewöhnlichen Spektrums, die ja, um überhaupt sichtbar zu sein, auch schon eine nicht zu geringe Öffnung des Spaltes erfordern. Die übrigen Farben der beiden Kantenspektra dagegen sind zusammengesetzter, d. h. physikalisch weniger rein als die eines gewöhnlichen Spektrums bei mäßiger oder enger Spaltbreite. Als Lichtempfindungen aber sind sie keineswegs weniger intensiv und gesättigt als jene; ja die beiden Endfarben Gelb und Blau, die im gewöhnlichen Spektrum um so mehr zusammenschrumpfen, je reiner dasselbe ist, erscheinen hier sehr ausgedehnt und von wunderbarer Sättigung. Im ordentlichen Spektrum herrschen neben den Endfarben Rot und Violett die Qualitäten Orange, Grün und Violettblau vor, in den beiden Kantenspektren Gelb und Blau. Und zwar ist dieses Gelb etwa ein Zitronen- oder Schwefelgelb, das ebensowenig nach dem Grün, wie nach dem Orange neigt. Das Blau aber ist ein reines, weder dem Grün noch dem Violett sich annäherndes Blau, etwa wie das sog. Preußisch Blau. Das äußerste Blau des Kantenspektrums entspricht etwa Nr. 60 des Ostwaldschen Farbenkreises, das äußerste Gelb ungefähr Nr. 00. (Ostwalds Farbenfibel, Leipzig 1917.)

Man kann die beiden Kantenspektra direkt übereinander entwerfen, wenn man eine „Spaltvorrichtung" wie die in Fig. 1 dargestellte benutzt, die sich durch Auflegen zweier undurchsichtiger Rechtecke auf eine durchsichtige Glasplatte leicht herstellen läßt. Die Ordnung der Farben in diesen Halbspektren ist aus Fig. 2 ersichtlich. Fängt man die beiden Spektren mit Planspiegeln auf, die um eine horizontale Achse

1) Das einen Spalt passierende Licht verhält sich nach dem Verlassen des Spaltes zu einem Teile so, als ob der Spalt nicht vorhanden wäre (d. h. es geht in der durch die Lichtquelle bedingten geradlinigen Richtung weiter), zu einem andern Teile aber so, als ob der Spalt selber eine Lichtquelle oder eine diffus reflektierende Fläche wäre. Dieser mit der Verengerung des Spaltes im Verhältnis zum andern wachsenden Teil macht die Anwendung einer Sammellinse nötig. Man kann diesen diffus vom Spalte ausgehenden Teil des Lichtes aber auch durch einen zweiten, in einiger Entfernung hinter dem ersten angebrachten Spalt ziemlich vollständig abblenden. Bei Anwendung direkten Sonnenlichtes kann man auf diese Weise ohne Zuhilfenahme einer Linse ein objektives Spektrum entwerfen, in welchem die hauptsächlichen Fraunhoferschen Linien deutlich zu sehen sind.

Fig. 1.

drehbar sind, so lassen sich dieselben leicht superponieren, wobei sie sich restlos zu Weiß ergänzen. Es ist also das spektrale Rot dem reinen weder grünlichen noch violettartigen Blau genau komplementär. Ebenso das spektrale Violett einem reinen Gelb. Das entspricht allerdings den herrschenden Ansichten über die physikalische Natur der Spektralfarben ebensowenig wie die Tatsache, daß die Kantenspektra mit reinem Blau und Gelb beginnen, anstatt mit Blaugrün und Gelbgrün, wie es die Theorie erfordert. Auch die Mineralogen haben

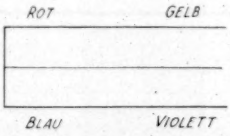


Fig. 2.

diesen auffallenden Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung längst bemerkt, indem die Farben der chromatischen Polarisation mit einem Gelb erster Ordnung beginnen, anstatt mit einem Grün, wie es der Theorie nach sein müßte.

Kombiniert man die beiden Halbspalten so, daß sie in gleicher Höhe stehen und einen lichten Raum zwischen sich lassen, so hat man einen gewöhnlichen Spalt. Ein mit weiter Spaltöffnung erzeugtes Spektrum ist nichts anderes als die Nebeneinanderstellung der oben erörterten Kantenspektra. Ist der Spalt von genügender Weite, so hat man auch keine anderen Farben. Es fehlt alsdann jede Andeutung des Grün. Das Grün erscheint erst, wenn die Spaltweite so weit verringert wird, daß die Kantenspektren in der Mitte übereinanderfallen.

Diese Art, die Kanten zu kombinieren, ist aber nicht die einzig mögliche. Ebensogut wie die hellen Seiten kann man auch die dunklen Hälften übereinanderfallen lassen (Fig. 3). Man hat dann gewissermaßen einen negativen Spalt, d. h. ein undurchsichtiges Rechteck auf durchsichtigem Grunde. Wenn man die Breite eines solchen, an die Stelle des gewöhnlichen eingesetzten, negativen Spaltes richtig wählt, so fallen die Kantenspektra jetzt mit ihren andern Enden in der Mitte zusammen, und es erscheint an dieser Stelle die Farbe, die im gewöhnlichen Spektrum nicht vorkommt, das Purpur, in herrlicher Sättigung, und beiderseits davon die Übergänge von dieser Farbe zu Rot und Violett. Man hat nun eine Farbenreihe, die mit Gelb beginnt und durch Orange, Rot, Purpur, Violett geht und mit Blau endigt. Man kann dieses Spektrum, in dem das Grün fehlt (wie im gewöhnlichen Spektrum das Purpur) das umgekehrte Spektrum nennen; und wir wollen diese Bezeichnung in der Folge dafür beibehalten. Bei einer gewissen Breite des negativen Spaltes, die selbstverständlich von dem Dispersionsvermögen des Prismas abhängt, ist die Sättigung der Farben des umgekehrten Spektrums eine maximale. Verbreitert man den Spalt so werden die purpurnen Farbentöne

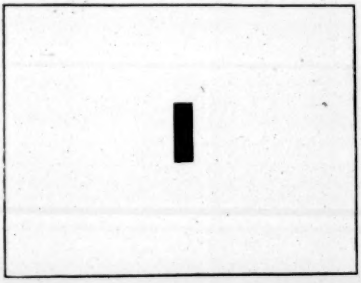


Fig. 3.

dunkler, und zuletzt wird die Mitte des Spektrums schwarz, so daß wieder die beiden Kantenspektren vorliegen. Macht man den Spalt schmäler und schmäler, so werden die Farben immer blasser und weißlicher. Ist der Spalt zu einer ganz dünnen schwarzen Linie zusammengeschrumpft, so besteht das umgekehrte Spektrum nur noch aus ganz blassen Tinten von Gelb, Rosa und Blau.

Die beiden Spektra, das gewöhnliche und das umgekehrte, können auf eine sehr einfache Weise direkt aneinander grenzend auf dieselbe Fläche projiziert werden. Man benutzt hierzu die in Fig. 4 veranschaulichte Spaltvorrichtung, die einen negativen und einen positiven Spalt von ungefähr gleicher Weite aufweist. Am einfachsten läßt sich eine solche Vorrichtung durch Bekleben einer Planglasplatte an den bezeichneten Stellen mit Stanniol oder sonstigem undurchsichtigen Material oder durch Auflegen von dünnem Metallblech herstellen. Man kann

Fig. 4.

aber auch photographierte Spalte benutzen. Die dem Dispersionsvermögen des zur Anwendung kommenden Prismas anzupassende Breite der Spalte muß durch Ausprobieren gefunden werden. Es ist empfehlenswert, eine Einrichtung zu treffen, daß die beiden Spalte, entweder gemeinschaftlich oder unabhängig voneinander, variiert werden können.

Sollen beide Spalten einander vollständig entsprechen, so dürfen dieselben nicht genau die gleiche Weite haben. Es muß vielmehr der negative um so viel breiter sein, daß die störende Wirkung der Irradiation, die ja stets auf Kosten der dunklen Fläche geht, gerade aufgewogen wird. Da die Kompensation der Irradiation ihrerseits aber wieder von der Helligkeit und räumlichen Beschaffenheit der Lichtquelle abhängt, so ist die Benutzung unabhängig variabler Spalte vorzuziehen.

Man erhält mit dieser Spalteinrichtung das gewöhnliche und das umgekehrte Spektrum so nebeneinander gelagert, wie es in Fig. 5 dar-

BLAU	PURPUR	GELB	U.G.
ROT	GRÜN	VIOLETT	U.V.

Fig. 5.

gestellt ist. Dem roten Ende des gewöhnlichen Spektrums entspricht das blaue Ende des umgekehrten, der grünen Mitte des gewöhnlichen das Purpur, und dem violetten Ende das Gelb des umgekehrten. Photographiert man beide Spektra auf dieselbe Platte, so zeigt das umgekehrte eine ultragelbe Region, die gerade soweit über das sichtbare Gelb hinausgeht wie das Ultraviolett im gewöhnlichen Spektrum über das sichtbare violette Ende. Das ultragelbe Spektrum unterscheidet sich von seiner Umgebung durch die Abwesenheit der ultravioletten Strahlen gerade so wie sich das ultraviolette durch die Anwesenheit derselben auszeichnet. Bei Anwendung geeigneter Hilfsmittel muß sich übrigens jenseits des blauen Endes auch eine ultrablaue Region feststellen lassen, die dem Ultrarot des gewöhnlichen Spektrums entspricht und sich im Gegensatz zu diesem durch die Abwesenheit der ultraroten Strahlen auszeichnet. Ich habe aber darüber keine Versuche angestellt. Falls man als Lichtquelle die von einem auf schwarzer Samtunterlage befestigten, sehr dünnen Glimmerblättchen reflektierten Strahlen benutzt, so zeigen sich die durch die Weg- und Phasendifferenz erzeugten Interferenzstreifen im umgekehrten Spektrum ebenso schön und deutlich wie im ordentlichen, wie ich bereits vor mehr als zwanzig Jahren, als ich in der Physikalischen Gesellschaft der Universität von Toronto zum ersten Male das umgekehrte Spektrum demonstrierte, gezeigt habe[1]). Besonders interessant wird die Lagevergleichung der Interferenzstreifen in beiden Spektren, wenn das Glimmerblättchen so dünn gewählt ist, daß es selber die Farben dünner Blättchen zeigt, da in diesem Falle die Zahl der Streifen sehr gering, unter Umständen auf einen einzigen beschränkt wird.

Man kann die beiden Spektra, anstatt sie direkt auf den Schirm zu projizieren, auch mittelst zweier um parallele Längsachsen drehbarer Planspiegel auffangen. Dann lassen sie sich auf dem Schirm leicht auf derselben Fläche so vereinigen, daß jede Stelle des ordentlichen Spektrums mit der entsprechenden Stelle des umgekehrten zusammenfällt. Dabei zeigt sich, daß die beiden Spektra in allen ihren einander entsprechenden Teilen genau komplementär sind. Die Vereinigung auf derselben Fläche ergibt ein völlig farbloses Band. Vorausgesetzt ist nur, daß die zur Behebung der Irradiationsstörung nötige Korrektur der Spaltweiten richtig erfolgt ist, da sonst die Intensitätsverhältnisse unrichtig werden. Aber wenn dies nicht genau gelungen ist, läßt sich durch einen in den Gang der Strahlen des zu hellen Spektrums eingeschalteten Episkotister die geeignete Reduktion der Lichtstärke leicht bewerkstelligen.

Der genaue Komplementarismus zwischen

1) Univ. of Toronto Studies, Psycholog. Series. Vol I, p. 100. Siehe auch: „Normale und anomale Farbensysteme". Arch. f. d. ges. Psychologie VI, S. 397—424.

ordentlichem und umgekehrtem Spektrum ist von der Dispersionsverteilung des zur Anwendung kommenden Prismas unabhängig und gilt — selbstverständlich unter Voraussetzung der eben erwähnten Irradiationskorrektur — für jede beliebige Spaltweite. Auch wenn der positive, das gewöhnliche Spektrum erzeugende Spalt nur noch eine feine helle Linie und der negative, dem das umgekehrte Spektrum seine Entstehung verdankt, nur eine entsprechend dünne dunkle Linie ist, ergänzen sich das lichtschwache Farbenband des gewöhnlichen Spektrums und das lichtstarke, aber blasse Farben zeigende Band des umgekehrten zu einer gleichmäßig hellen, weißen Fläche. Es ist dies aber auch, rein physikalisch betrachtet, nicht allein leicht verständlich, sondern geradezu notwendig. Denn jede Stelle des umgekehrten Spektrums verdankt ja ihre spezifische Färbung gerade dem Umstande, daß in ihr die Wellenlängen fehlen, deren Zusammenwirken die Färbung der entsprechenden Stelle des ordentlichen Spektrums bewirkt. Und ebenso fehlen im ordentlichen Spektrum an jeder Stelle gerade die Strahlen, deren Superposition die Farbe der homologen Stelle des umgekehrten Spektrums erzeugt. Ja, man darf geradezu sagen: Es gibt, abgesehen vom Nikolkomplementarismus, keinen vollkommeneren Komplementarismus als den zweier homologen Stellen im ordentlichen und umgekehrten Spektrum. Ihre Kombination ergibt nicht allein farbloses Licht, sondern das volle Weiß der Lichtquelle mit allen seinen ursprünglichen Komponenten. Dabei hat die „Farbengleichung" für solche homologen Spektralstellen den Vorzug, daß sie für alle Intensitäten der Lichtquelle und für alle Spaltweiten in gleicher Weise gültig ist. Das ist bekanntlich bei den Komplementärverhältnissen der Teile des ordentlichen Spektrums nicht der Fall. Wenn man bei einer gewissen Spaltweite zu einer, durch die mittlere Wellenlänge oder Schwingungszahl gekennzeichneten, Stelle im ordentlichen Spektrum die komplementäre Stelle desselben Spektrums gefunden hat, dann ist die Gleichung für eine andere Spaltweite nicht mehr richtig, wie ja auch schon die Bezeichnung der Farbenqualität für eine bestimmte Stelle im Spektrum nicht mehr stimmt, wenn man die Spaltweite ändert, und zwar auch dann, wenn durch diese Spaltänderung die Lage der mittleren Wellenlänge der in Frage kommenden Spektralstelle nicht geändert wird.

Wir lassen der Übersichtlichkeit halber eine kurze Vergleichung der beiden Arten des Spektrums hinsichtlich ihrer übereinstimmenden und ihrer unterscheidenden Eigenschaften folgen:

Vergleichung des ordentlichen und des umgekehrten Spektrums.

A. Übereinstimmendes.

1. Bei dem gewöhnlichen wie bei dem umgekehrten Spektrum handelt es sich an jeder Stelle um eine Superposition von Wellenlängen.

2. Bei beiden hat die Änderung der Intensität der Lichtquelle und ebenso die Änderung der Spaltweite auch Änderungen der Farbenqualitäten zur Folge.

3. Bei beiden ist die relative Lichtintensität der Farben von der Weite des Spaltes abhängig.

4. Bei beiden hat die Erweiterung des Spaltes über eine gewisse, von dem Dispersionsvermögen des Prismas abhängige Größe hinaus keinen Effekt mehr auf die wahrzunehmenden Farbenqualitäten. Über diese Spaltweite hinaus bestehen beide Spektra aus denselben Elementen, nämlich den einfachen Kantenspektren. Nur die Lageverhältnisse der letzteren sind umgekehrt.

5. Bei äußerster Verengerung des Spaltes nähern sich bei beiden Spektren die wahrgenommenen Qualitäten der Farblosigkeit.

6. Die Sättigung der wahrzunehmenden Farben ist in beiden Spektren am größten bei einer mittleren Spaltweite.

B. Unterscheidendes.

1. Beim ordentlichen Spektrum ist die physikalische Reinheit am größten an den Enden und am geringsten in den mittleren Regionen. Im umgekehrten Spektrum dagegen ist sie in der Mitte am größten und an den Enden am geringsten.

2. Das ordentliche Spektrum zeigt bei der in bezug auf die Sättigung günstigsten Spaltweite die Farben Rot, Grün und Violett in größter, die Farben Blau und Gelb nur in sehr geringer Ausdehnung. Das umgekehrte Spektrum dagegen zeigt bei der Spaltweite der günstigsten Sättigungswirkung als dominierende Farben Blau, Purpur und Gelb, während Rot und Violett nur in geringer Ausdehnung auftreten.

3. In dem ordentlichen Spektrum fehlt das Purpur, im umgekehrten das Grün.

4. Das ordentliche Spektrum hat seine größte Lichtintensität in den mittleren Regionen; das umgekehrte dagegen an den Enden.

5. Im ordentlichen Spektrum werden bei Verengerung des (positiven) Spaltes alle Farben lichtschwächer und nähern sich dem Schwarz. Im umgekehrten Spektrum dagegen werden sie bei Verschmälerung des (negativen) Spaltes heller und nähern sich dem Weiß.

6. Bei Erweiterung des Spaltes über ein gewisses Maß hinaus tritt im ordentlichen Spektrum das Weiß an die Stelle des Grüns. Im umgekehrten Spektrum dagegen tritt bei der entsprechenden Verbreiterung des Spaltes das Schwarz an die Stelle des Purpurs.

Nach dem Vorstehenden hat der Einwand, das umgekehrte Spektrum sei nur das Resultat einer Superposition von Spektralteilen, keine Berechtigung, da in bezug auf die Superposition von Wellenlängen zwischen dem gewöhnlichen und dem umgekehrten Spektrum kein wesentlicher, sondern höchstens ein gradueller Unterschied besteht. Ebenso muß der Einwand, der leicht von denen erhoben wird, die nie ein umgekehrtes Spektrum gesehen haben, daß die Farben des umgekehrten Spektrums nur Mischfarben seien, schon aus rein logischen Gründen zurückgewiesen werden. Dem Begriff der Mischfarbe haften dieselben logischen Widersprüche und Inkonsequenzen an wie dem der räumlichen Mischung überhaupt, falls dieser nicht scharf definiert wird als „mehr oder minder feines Gemenge, dessen Bestandteile gesondert bleiben, obschon sie unter Umständen mit unsern Sinneswerkzeugen und deren Hilfsmitteln nicht mehr getrennt wahrgenommen werden". Eine Mischung von A und B im Raume, dergestalt, daß an jedem Punkte beide Bestandteile gleichzeitig vorhanden sind, ist ein Ding der Unmöglichkeit. Entweder A und B verschwinden, und es tritt ein Neues, Anderes (das wohl beiden ähnlich sein mag) an ihre Stelle, oder sie verschwinden nicht, sondern sind mit geeigneten Mitteln noch als nebeneinander bestehend zu erkennen. In beiden Fällen bleibt die „Mischung" ein unvollziehbarer Scheinbegriff. Denn die Bestandteile können nicht zu gleicher Zeit verschwinden und doch bestehen bleiben. Die Chemie hat darum auch ihre Ansichten über die Natur der Lösungen, die früher als vollkommene Mischungen galten, von Grund aus ändern müssen.

Auf optischem Gebiete entsteht aber noch eine weitere Schwierigkeit dadurch, daß das Wort „Farbe" in dreifacher Bedeutung gebraucht wird. Es bedeutet:

1. Technisch: soviel wie „Färbemittel".

2. Physisch: eine irgendwie in der Natur der Wellenperiodizität begründete Verschiedenheit des Lichtes.

3. Psychisch: eine Empfindungsqualität.

Mit den beiden erstgenannten Bedeutungen des Begriffs: Farbe, läßt sich nun eine Anwendung des Begriffs der Mischung (in der oben erörterten Bedeutung von Gemenge) sehr wohl in Einklang bringen, nicht aber mit der dritten. Und selbst bei den ersten beiden steht die Anwendung in gegenseitigem Widerspruch. Eine Mischung von Farbstoffen braucht, wie Helmholtz ausführlich zeigte, durchaus nicht auch optisch eine Mischung zu sein. Eine Mischung ist immer eine Addition (einerlei ob die Intensität der Resultante gleich der Summe der Intensitäten der Komponenten, oder, bei zeitlich-räumlicher Verteilung, gleich dem Durchschnitt der Einzelintensitäten ist). Wenn man aber zwei transparente Farben mischt, so ist das technisch zwar eine Addition, optisch aber genau ebenso eine Subtraktion wie wenn man Strahlenfilter hintereinander schaltet. Die Mischung der Malerfarben, die ja fast niemals vollständig transparente Lasurfarben oder absolut undurchsichtige Deckfarben sind, ist daher optisch durchaus keine einfache Mischung, sondern eine Kombination von Addition und Subtraktion.

Physisch ist alles Licht gemischt, d. h. ein Gemenge von Strahlen verschiedener Wellenlänge, wenigstens so lange wir daran festhalten, daß im weißen Lichte alle Wellenlängen gleichzeitig oder in außerordentlich kurzer Zeitfolge und auf außerordentlich kleinem Raum zusammen vorhanden sein sollen. Die Theorie stellt im Grunde genommen ganz ungeheuerliche Anforderungen an unser Vorstellungsvermögen. Im schmalsten Lichtbündel soll ein Millionenheer von Wellen, gewissermaßen in Regimentsfront marschieren. Sie haben alle, zeitlich und räumlich, ungleichen Tritt und ungleiche Schrittlänge. Aber sie kommen überall gleichzeitig an; und bei allen Schwenkungen (an der Grenze verschiedener Mittel) bleibt ihre Front wunderbar genau gerichtet. Aber wir haben keinen Grund von einer solchen Theorie abzugehen, so lange dieselbe durch die Tatsachen der Spektralanalyse, der Interferenz und Polarisation so glänzend bestätigt wird.

Psychisch sind alle Lichtqualitäten — soweit sie der schärfsten logischen Kritik standhalten und sich wirklich als Eigenschaften der Empfindungen und nicht als solche komplizierter Vorstellungen erweisen (wie beispielsweise die „Farbe" Braun) — einfach, auch die farblosen. Die Qualitäten des normalen Farbensinns bilden eine in sich geschlossene Mannigfaltigkeit mit stetigen Übergängen, in der alle Glieder von gleichem Range sind. Alle Komponententheorien (die Helmholtzsche, die Heringsche, sowie die neuerdings von G. E. Müller, Ebbinghaus u. A. aufgestellten Modifikationen) vergewaltigen die Tatsachen, indem sie gewisse Qualitäten zu Grundfarben stempeln. Außerdem begehen sie den logisch mathematischen Fehler, das Prinzip der Einfachheit, das nur als Ökonomieprinzip der Darstellung Geltung

hat, in die Natur der Tatsachen selbst zu verlegen. Die einzige Farbentheorie, die den Tatsachen keinen Zwang antut, ist die Wundtsche. Ich habe an anderer Stelle[1]) dargelegt, daß es für qualitative Mannigfaltigkeiten nur drei Möglichkeiten gibt:

1. Die Mannigfaltigkeit enthält nur eine Qualität (also gar keine qualitative Differenzierung). Alle Unterschiede sind Intensitätsunterschiede. So beispielsweise bei der Reihe der farblosen Lichtempfindungen.

2. Die Mannigfaltigkeit enthält zwei antagonistische Qualitäten, wie das Farbensystem eines Dichromaten, das System der Temperaturempfindungen.

3. Die Mannigfaltigkeit enthält unendlich viele Qualitäten, wie bei dem System der Farbentüchtigen.

Mannigfaltigkeiten der letzteren Art sind stets in sich geschlossen. Hierher gehören neben dem normalen Farbensystem die Mannigfaltigkeit der Klangfarben: die der Vokale, die Qualitätensysteme des Geruchs- und Geschmacksinns und die Mannigfaltigkeit der Richtungen in der Ebene und im Raume. In einem solchen Systeme gibt es zwar zwischen den einzelnen Gliedern Grade der Ähnlichkeitsbeziehungen, Übergänge, Verwandtschaftsgrade. Alles aber, was man, gestützt auf die veranlassende „Mischung" der physischen Reizvorgänge, als Mischung von Empfindungsqualitäten in Anspruch nimmt, entpuppt sich immer als eine der übrigen einfachen Qualitäten des Systems.

Der Einwurf, die Farben des umgekehrten Spektrums seien keine „reinen" Farben, sondern Mischfarben, kann nur erhoben werden auf Grund ungenügender Bekanntschaft mit dem umgekehrten Spektrum und den Beziehungen zwischen der physischen Reinheit (d. i. dem Grade der Superposition von Wellenlängen) und der psychischen Reinheit (d. i. der Einfachheit und Sättigung der Empfindungsqualität) der Farben. Wir haben uns zu sehr daran gewöhnt, Farbe und Wellenlänge praktisch füreinander einzusetzen. Aber die Farbenqualität ist — abgesehen davon, daß die Angabe einer Wellenlänge oder Schwingungszahl nur als ein Mittelwert der in Frage kommenden superponierten Strahlen Geltung haben kann — nicht nur von der Wellenlänge, sondern auch von deren Amplitude (Intensität) abhängig, und es ist klar, daß diese Intensitätsänderung nicht notwendig in der gleichen Weise auf die Qualität einwirkt, wie die durch die Erweiterung des Spaltes hervorgerufene. Aber selbst wenn es richtig wäre, daß zu einer gegebenen Wellenlänge immer und überall eine und dieselbe Farbenqualität gehörte, dann folgt daraus noch lange nicht auch die Richtigkeit der Umkehrung, nämlich daß zu einer gegebenen Farbenqualität immer und überall auch nur eine und dieselbe Wellenlänge gehöre. Tatsächlich kann, wie jedem, der einigermaßen mit den Problemen der Farbenwahrnehmung vertraut ist, bekannt sein muß, jede Farbenqualität auf drei ganz verschiedene Arten erzeugt werden:

1. Durch die Strahlen eines einzigen mehr oder minder eng begrenzten Spektralgebietes.

2. Durch Kombination zweier mehr oder weniger ausgedehnter Spektralgebiete, wobei überdies die Wahl der beiden Gebiete noch eine mannigfache sein kann.

3. Durch Kombination des ganzen Spektrums mit Ausnahme eines einzigen mehr oder minder ausgedehnten Gebietes.

Die Sache liegt auch nicht etwa so, daß nur die erste Art, und auch diese nur bei physikalisch sehr reinem Spektrum, voll gesättigte Farben ergibt. Im Gegenteil, je reiner das Spektrum im physikalischen Sinne, desto lichtschwächer die Farben und desto unbestimmter ihre Qualitätsunterschiede. Darum sind bei spektrometrischen Untersuchungen (z. B. der positiven Linienspektra), die einen sehr engen Spalt und sehr starke Dispersion erfordern, die Farbenqualitäten sehr undeutlich. Nichtsdestoweniger ist es richtig, daß einige Farben am gesättigtsten auf die erste Art hergestellt werden können (wenn auch nicht in großer Ausdehnung). Das ist besonders der Fall für die Enden des Spektrums, für Rot und Violett, wobei jedoch zu beachten ist, daß das Violett, um gesättigt zu erscheinen, schon eine beträchtliche Spaltöffnung erfordert. Ebenso das äußerste Rot.

Auf die zweite Art lassen sich am gesättigtsten herstellen Grün und Purpur. Beim Purpur ist das ja allgemein anerkannt; weniger aber beim Grün, obgleich schon Helmholtz das Grün des Spektrums als weniger gesättigt als die andern Farben anerkannte und demgemäß sein Farbendreieck an der Grünecke abrundete. Man kann aber, sowohl als Strahlenfilter wie auch als Aufstrichfarben, grüne Farbentöne herstellen, die einen gesättigteren Eindruck machen als das spektrale Grün. Bei spektroskopischer Untersuchung findet sich dann aber meist, daß das von ihnen durchgelassene oder reflektierte Licht aus Gelbgrün und Blaugrün oder aus Grüngelb und Blau zusammengesetzt ist.

Endlich gibt es Farben, die nur auf die

1) Die Dimensionen des Raumes, Philosoph. Studien **19**, S. 390f. und Normale und anomale Farbensysteme, Archiv f. d. ges. Psychologie **6**, S. 405.

dritte der genannten Arten bei genügender Helligkeit in voller Sättigung herzustellen sind: Das sind Gelb und Blau. Das gewöhnliche Spektrum enthält sie entweder gar nicht oder höchstens in ganz schmalen Übergangsbezirken. Etwas rechts von der Natriumlinie geht das noch orangeartige Goldgelb in Grüngelb und Gelbgrün über. Das eigentliche, vom Orange ebensoweit wie vom Gelbgrün entfernte Gelb ist im gewöhnlichen Spektrum kaum vorhanden. Im umgekehrten dagegen bildet es die eine der beiden, große Ausdehnung beanspruchenden Endfarben. Alle gelben Pigmente und auch die meisten gelben Strahlenfilter und durchsichtigen Medien verdanken ihre Farbe nicht etwa vorzugsweise von ihnen reflektierten oder durchgelassenen gelben Strahlen, sondern dem Umstand, daß vom ganzen Spektrum nur die violetten (und im Falle des dem Orange näheren Goldgelb auch die blauen) Strahlen durch Absorption ausgelöscht, oft aber auch nur geschwächt sind. Bringt man aber eine exklusivere Gelbreflektion oder Gelbdurchlässigkeit zustande, was zwar schwer, aber, besonders bei Strahlenfiltern[1]), doch möglich ist, so fehlt die nötige Helligkeit, um ein gesättigt erscheinendes Gelb hervorzurufen. Das Aussehen dieser Gegenstände ist dann nicht mehr gelb, sondern braun oder olivfarben.

Ganz ähnlich verhält es sich mit dem reinen Blau, d. h. dem Blau, das weder etwas Grünliches noch etwas Violettartiges an sich hat. Es ist im gewöhnlichen Spektrum fast nicht oder gar nicht vorhanden. Bei geringer Spaltöffnung geht das Blaugrün fast unmittelbar ins Violett über, so daß keine Fläche von nennenswerter Ausdehnung vorhanden ist, die man als reines Blau bezeichnen könnte. Auch bei größerer Spaltöffnung ist das nunmehr ausgedehntere Blau immer ein Violettblau, etwa dem Ultramarin bei Pigmentfarben entsprechend. Das reine Blau erscheint erst bei sehr großer Spaltöffnung, wenn das Grün verschwindet, das positive Spaltspektrum also in die beiden getrennten Kantenspektra übergeht. Ich möchte hier besonders darauf aufmerksam machen, daß die durch die Veränderung der Spaltweite hervorgerufenen Qualitätsverschiebungen keineswegs mit denen identisch sind, die durch die Helligkeitsänderungen der Lichtquelle entstehen. Auch bei ganz engem Spalt verschwindet bei sehr großer Intensitätssteigerung das Grün mehr oder weniger vollständig. Wenn man beispielsweise ohne Vermittelung durch Spiegel das direkte Licht der Sonnenscheibe benutzt, so ist auch bei äußerst geringer Spaltöffung kein Grün mehr im Spektrum zu sehen. Das Gelb geht dann durch einen schmalen farblosen Streifen direkt in ein lichtstarkes blasses Blau über. Aber weder dieses Gelb noch das Blau sind mit dem Gelb und Blau der Kantenspektra oder des umgekehrten Spektrums identisch; sie haben beide einen wärmeren Farbenton als diese. Das Gelb ist trotz seiner Lichtstärke und Blässe mehr eine Tinte des Goldgelben, und das sehr helle und an der Übergangsstelle sehr schwach gesättigte Blau ist durchweg deutlich violettartig.

Wir haben gesehen: Aus der wahrgenommenen Qualität einer Farbe kann man auch bei ausgezeichnetster Sättigung auf die physische Natur des betreffenden Lichtes, und besonders auf die spektrale Reinheit desselben nicht schließen. Das Blau des umgekehrten Spektrums ist dafür ein schlagendes Beispiel. Dasselbe ist bei richtig gewählter Helligkeit der Lichtquelle und Spaltweite so wunderbar intensiv und gesättigt, daß die Farben des ordentlichen Spektrums kaum dagegen aufkommen können, und doch ist es physisch sehr zusammengesetzter Natur. Auch nicht einmal annähernd kann man aus dem Aussehen einer Farbe auf die Lage ihrer physischen Komponenten im Spektrum schließen. Ich habe zu Demonstrationszwecken öfters blaue Strahlenfilter [durch Behandlung von unexponiert fixierten photographischen Diapositivplatten mit farbigen Bädern[1])] angefertigt, die nahezu gleich aussehen — unter größerem Aufwand von Sorgfalt und Zeit hätte man ihre Verschiedenheit auch bis zur Unterschiedsschwelle und noch weiter herabdrücken können — die aber bei spektroskopischer Untersuchung außerordentlich verschiedene Absorptionsspektra zeigten. Bei Kombination mit dem gleichen goldgelben Filter, wurde das eine tief rot, das andere smaragdgrün, ein beredtes Beispiel für die Tatsache, daß für die wahrnehmbaren Farbenqualitäten der Satz: „Gleiches von Gleichem subtrahiert gibt Gleiches, nicht gilt.

Es ist schon weiter oben angedeutet worden, daß auch die andere Annahme, nämlich daß zu einer bestimmten Wellenlänge auch eine bestimmte Farbenqualität gehöre, oder daß durch Angabe einer Wellenlänge die derselben entsprechende Farbe eindeutig bestimmt sei, unrichtig ist. Sie ist bedingt richtig für eine bestimmte Intensität der Lichtquelle und eine bestimmte Spaltweite. Die zu einem durch Angabe von Wellenlänge oder Schwingungszahl gekennzeichneten Ort im Spektrum gehörige Farbenqualität bleibt nicht dieselbe, wenn die Intensität der Lichtquelle oder die Weite der Spaltöffnung geändert wird. Dies und die an-

1) Siehe W. Wirth, Wundts Philos. Studien 18, 581.

1) Wundt, Psycholog. Stud. 10, S. 185.

erkannte Tatsache, daß[1]) die Umkehrung des Satzes erwiesenermaßen falsch ist, hätte den Physiker längst stutzig machen müssen. Wenn die Wellenlänge wirklich für die Farbenqualität verantwortlich ist, wie kommt es denn, daß man dieselbe Qualität, die durch eine gewisse Wellenlänge hervorgerufen wird, auch durch Kombination von ganz andern Wellenlängen erzeugen kann. Daß zwischen Wellenlängen und Lichtqualitäten eine gesetzmäßige Beziehung besteht, ist außer Zweifel. Da diese Beziehung aber nicht eindeutig ist, so hat niemand das Recht, die Wellenlängen oder Undulationsfrequenzen direkt als Ursache der Farbenempfindungen auszugeben. Wenn eine Bewegungsperiodizität oder eine Periodizität der Kraftrichtungsänderung die Ursache ist, und daran zweifelt heute niemand, so kann es, eben wegen jenes Mangels der Eindeutigkeit, die ursprüngliche homogenem Licht innewohnende Periodizität nicht sein. Man könnte z. B. an Interferenzen denken, und die nach dem Lippmannschen Verfahren der farbigen Photographie erzeugten Farben, die nachweislich keine „reinen" Spektralfarben sind, sind durch ihr Verhalten geeignet einen ähnlichen Gedanken nahezulegen. In jeder, auch der schmalsten, positiven Spektrallinie sind immer noch viele verschiedene Wellenlängen an demselben Punkte im Raum vorhanden, zwischen denen eine Art von Interferenz stattfinden kann. Ich will mich aber hier keineswegs für die Lösung der Frage durch Interferenzen irgendeiner Art entscheiden. Aber ich behaupte: Wenn eine Periodizität die Ursache der Farben ist, so kann es nicht die primäre der Lichtwellen selber, sondern nur eine sekundäre, auf der Superposition der Lichtwellen beruhende Periodizität sein. Wirklich homogenes Licht hat noch kein Mensch gesehen. Man kann daher auch nicht wissen, ob es farbig erscheinen würde. Ja, man kann nicht einmal sicher sein, daß es als „Licht" wahrgenommen würde. Und selbst wenn jemand imstande wäre homogenes Licht zu erzeugen, und dieses sich als farbig erwiese, so bliebe für ihn immer noch das Rätsel zu lösen, warum man dieselbe Farbe auch mit nicht homogenem Lichte herstellen kann, in welchem die für die betreffende Farbe verantwortlich erklärte Wellenlänge fehlt. Es bliebe ihm immer noch zu erklären, warum für die Entstehung einer bestimmten Empfindungsqualität viel weniger die Anwesenheit einer gewissen Wellenlängengruppe als vielmehr die Abwesenheit einer gewissen anderen Gruppe maßgebend zu sein scheint. Es ist etwas Wahres an der von Goethe wieder vorgebrachten Lehre, daß die Farbe etwas Schattiges sei. Farbe entsteht überall da, wo dem weißen Lichte etwas entzogen wird. Darum kann auch eine Farbe nie dieselbe Helligkeit haben wie das weiße Licht, aus dem sie durch Beseitigung eines Teiles seiner Bestandteile entstanden ist.

Nicht bloß auf dem Gebiete des Lichtes, sondern überall, wo es sich um sogenannte Wellenbewegungen handelt, halte ich die herrschenden Anschauungen über die Beziehung zwischen kontinuierlicher Sinnesempfindung und periodischem physischen Reizvorgang für verfehlt. So besonders beim Schall. Es erscheint mir geradezu absurd, anzunehmen, daß die zwei- unddreißig Luftstöße des tiefen Orgelpfeifentones direkt die kontinuierliche Klangempfindung erzeugen sollen. Wenn das der Fall wäre, dann müßten doch auch vierzig oder fünfzig Schwebungen in der Sekunde, die doch noch deutlich getrennt wahrgenommen werden, auch als Ton aufgefaßt werden. Ebenso hat jedes Geräusch, auch das ganz instantane Explosivgeräusch, einen deutlichen Klangcharakter. Unsere ganze Akustik leidet an dem Übelstand, daß wir uns nur zu sehr daran gewöhnt haben, den Schall als eine Sache der Luftbewegung anzusehen. Die Luft ist zwar das Mittel, in dem wir uns bewegen und auf das wir angewiesen sind; aber sie ist, sowohl was die Entstehung wie die Weiterleitung des Schalles anbelangt, eines der ungünstigsten und schlechtesten Mittel und zur Ermittelung der wahren physischen Natur des Schalles am wenigsten geeignet. Wir hören die periodischen Luftschwingungen nur dann als Ton, wenn sie gleichzeitig von ganzen Flächen eines ausgedehnten Körpers ausgehen. Eine Stimmgabel selber hören wir nur sehr schwach oder gar nicht. Um deutlich hörbar zu werden, müssen ihre Schwingungen erst auf den größere Ausdehnung bietenden Resonator übertragen werden. Am Resonator aber gehen die Schwingungen von allen Punkten großer Flächen gleichzeitig aus. Da diese Ausgangspunkte ungleiche Entfernung von dem perzipierenden Organe haben, und da überdies keineswegs feststeht, daß die Schwingungen aller dieser Punkte hinsichtlich ihrer Zahl und Dauer genau übereinstimmen, so haben wir kein Recht mehr anzunehmen, daß die Bewegung an der Türe der Psyche lediglich mit der stoßweisen Periodizität anklopfe, die wir in einer von einem Punkte ausgehenden Wellenfolge, der Schwingungszahl des betreffenden Tones entsprechend, vorauszusetzen pflegen. Wir wissen überhaupt nicht, ob eine genau von einem

[1]) Vgl. auch Mentz, Unters. zur Psychophysik der Farbenempf. am Spektrum. Wundt, Philos. Studien 13, 534 ff.

Punkte ausgehende Welle eine Empfindung hervorrufen würde. Wir haben es tatsächlich überall mit Vorgängen zu tun, die gleichzeitig von vielen Punkten ausgehen. Wohl zu verstehen: ich behaupte nicht etwa, daß schon auf der physischen Seite die diskontinuierliche Wellenfolge in einen kontinuierlichen Vorgang umgewandelt werde. Aber ich behaupte, daß die periodische Wellenfolge, die wir bei Schall und Licht durch die ermittelten Wellenlängen und Schwingungszahlen feststellen, zwar eine Vorbedingung zum Zustandekommen von Ton und Farbe, nicht aber deren eigentlicher und letzter physischer Parallelprozeß sei. Als solchen müssen wir vielmehr, anstatt der Schwingungen selber, gewisse aus dem Zusammenwirken zahlreicher nicht ganz gleicher Schwingungen resultierende sekundäre Vorgänge annehmen, deren spezielle Natur von der künftigen Forschung noch zu ermitteln bleibt.

Wie schon weiter oben bemerkt, soll durch die vorstehenden Erwägungen nicht etwa versucht werden, die Kluft zwischen dem physischen aus diskontinuierlichen Schwingungen oder Energie-Richtungs-Änderungen bestehenden Reizvorgang und dem psychischen Vorgang der kontinuierlichen Empfindung zu überbrücken. Die physische Welt, wenn sie als etwas von dem Bewußtsein Unabhängiges gedacht werden soll, hat keinen Platz für ein Kontinuum irgendwelcher Art. Überall wo wir ein physisches Kontinuum annehmen, geraten wir, sofern wir den Mut haben, den Gedanken bis zu seinen letzten Konsequenzen zu verfolgen, in unlösbare Widersprüche. Die Atome, die früher als innerlich homogen betrachtet wurden, sind längst in Komplexe von Elektronen mit weiten Zwischenräumen zerfallen. Den Elektronen wird es nicht besser ergehen, und den homöopathisch noch so weit potenzierten Subelektronen auch nicht. Die physische Welt der Dinge, d. h. die Materie, kann auch den kleinsten Teil des Raumes nicht lückenlos ausfüllen, ohne die Begriffe der Dichte und der Masse zu Pseudobegriffen werden zu lassen, und mit der Definition der Elastizität einen Zirkel zu beschreiben. Es kann kein physisches Kontinuum geben. Das einzige Kontinuum, von dem die Physik folgerichtig und ohne in direkte Widersprüche zu verfallen reden kann, und das sie bei der Behandlung der Bewegung gar nicht umgehen kann, ist die Kontinuität des Raumes und der Zeit; und diese ist, da sie mit der Kontinuität des Ich zusammenfällt, nichts spezifisch Physisches mehr. Einerlei, ob man die Welt der Dinge als der Welt der Bewußtseinsphänomene koordiniert oder als zu dieser im Verhältnis der Subordination stehend betrachtet, soweit sind die Vertreter der quantentheoretischen Betrachtungsweise im vollen Rechte: In einer Welt der (vom Bewußtsein losgelösten) „Dinge" ist nirgends eine Kontinuität zu finden.

Zu der Welt der „Dinge" gehören auch die Vorgänge in dem lichttragenden Äther. Dieses „raumerfüllende" Medium ist erfunden worden um das Wunder der Fernwirkung loszuwerden. Man wird es aber in der Wellentheorie des Lichtes doch nicht los. Man hat vielmehr nur das eine große Wunder der Wirkung der Lichtquelle auf das entfernte Objekt in Billionen mikroskopisch kleiner Wunderchen eingeteilt; denn die Übertragung der Lichtbewegung von einem Ätherteilchen zum nächsten, das doch durch einen leeren Zwischenraum von jenem getrennt ist, bleibt noch genau so rätselhaft. Versucht man aber der Schwierigkeit dadurch zu entgehen, daß man annimmt, die Übertragung von Ätherteilchen zu Ätherteilchen geschehe durch mechanischen Stoß, so muß man den Ätherteilchen Elastizität zuschreiben. Das ist aber eine Eigenschaft der Materie, die sich nur durch Lageänderung der durch Zwischenräume getrennten Teile erklären läßt. Dann bestehen eben die Ätherteilchen wieder aus noch kleineren voneinander entfernten Teilchen, und das ursprüngliche Problem ist nicht beseitigt, sondern nur ein Stockwerk höher hinaufgetragen. Der Fehler, den die Physik damit begeht, daß sie das Wunder der Fernwirkung loswerden, erklären will, besteht aber im wesentlichen darin, daß sie nicht einsieht, daß die Fernwirkung nur in dem nämlichen Sinne ein Wunder ist, wie etwa die Empfindungsqualität „Rot" oder das Gefühl „Angenehm", die sie längst aus dem Bereich dessen, was ihr zu erforschen und zu erklären obliegt, ausgeschlossen hat. Die Fernwirkung ist, wie jene, eine elementare Tatsache und daher ebenso wunderbar wie natürlich; natürlich, weil sie eben unleugbare Tatsache ist, und wunderbar, weil sie, wie alles Einfache, nicht erklärt werden kann. Denn „Erklären" ist ja nichts weiter als die Zurückführung des Zusammengesetzten, Komplexen, auf schlechthin Einfaches. Die Physik ist die mit größtmöglicher mathematischer Folgerichtigkeit vorgehende Erforschung und Erklärung der Welt der objektiven Dinge. Diese Welt der objektiven Dinge ist aber nicht die Wirklichkeit, die Welt der gegebenen Tatsachen, sondern, um mit Wundt zu reden, das Produkt einer abstraktiven, begrifflichen Konstruktion. Wir abstrahieren bei ihr gerade von dem allgemeinsten und konstantesten aller Merkmale der Tatsachen, nämlich von der Eigenschaft Bewußtseinszustand zu sein, welche Eigenschaft bei keiner wirklichen Tatsache fehlen kann. Das

Ich-Bewußtsein begleitet jede Tatsache, die für uns eine Rolle spielen kann, aber wir abstrahieren von ihm, d. h. wir wenden ihm keine Aufmerksamkeit zu; oder anders ausgedrückt: wir spielen, es sei nicht da. Wenn wir aber dann der durch Abstraktion von dem Ich-Bewußtsein losgelösten, rein begrifflichen, nicht wirklichen, Welt der objektiven Dinge Merkmale zuschreiben, die nur dem Ich-Bewußtsein zukommen oder geradezu mit ihm identisch sind, dann müssen wir uns unweigerlich in unlösbare Widersprüche verlieren. Und zu diesen Merkmalen gehört die Kontinuität.

Auch das „kontinuierliche" Spektrum ist ein mit inneren Widersprüchen behafteter Begriff. Zwar ist an dem stetigen Übergang der Qualitäten der Farbenmannigfaltigkeit, die ja zur Welt der gegebenen Bewußtseinstatsachen gehören, nicht zu zweifeln. Wohl aber sind Zweifel an der Möglichkeit einer stetigen Reihe von Wellenlängen nicht nur berechtigt, sondern geradezu geboten. Wenn auf einer beliebigen Strecke im Spektrum eines weißglühenden Körpers[1]) (in der sich die Intensität nicht der Null nähert, also nicht an den Enden), sagen wir beispielsweise von $\lambda = 570\ \mu\mu$ bis $\lambda = 550\ \mu\mu$, alle möglichen dazwischenliegenden Wellenlängen gleichzeitig vorhanden sein sollen, dann muß diese Spektralregion eine unendliche Intensität besitzen; denn sie besteht aus unendlich vielen Wellenlängen, von denen jede eine endliche Intensität besitzt. Es liegt auch nicht der geringste Grund zu der Annahme vor, daß diese unendliche Reihe von Intensitäten einen integrierbaren endlichen Wert haben könnte. Die tatsächliche Endlichkeit der Intensität der Spektralregion steht so mit der Annahme einer Kontinuität des Spektrums in offenbarem direktem Widerspruch. Es kann also nicht so sein, wie man gewöhnlich vorgibt. Entweder sind nicht alle möglichen Wellenlängen gleichzeitig vorhanden, oder das Spektrum ist nicht wirklich, sondern nur scheinbar kontinuierlich. Wahrscheinlich spielen beide Möglichkeiten eine Rolle. Denn einerseits ist gar nicht einzusehen, wie jemals zwei Dinge oder Vorgänge in der Welt, und seien es auch nur zwei Undulationen einer fortschreitenden Lichtwelle, völlig gleich sein könnten. Anderseits scheinen gerade die neueren Errungenschaften der physikalischen Optik, die Linienserien und das Zerfallen derselben unter dem Einfluß des elektrischen Feldes[1]) darauf hinzuweisen, daß das Spektrum doch zuletzt aus diskreten Teilen besteht. Nur sind wir mit unseren heutigen, an die Benutzung eines Spaltes gebundenen Methoden noch nicht in der Lage, die Bestandteile genügend weit zu sondern. Ist dieses Ziel einmal erreicht, dann dürfte sich das Rätsel der Abhängigkeit der Farbenqualität von den Wellenlängen und deren Superpositionen wahrscheinlich als ein Problem der Zahlentheorie entpuppen.

1) Wir sagen gewöhnlich: Ein glühendes Gas zeigt ein Linienspektrum, ein weißglühender oder leuchtender Körper aber ein kontinuierliches Spektrum. Damit stellen wir eine Unterscheidung auf, die vielleicht der Grundlage entbehrt, um so mehr als die Linienspektra der Gase unter hohem Drucke sich zu Bandenspektren verbreitern, die einen Übergang zum kontinuierlichen Spektrum bilden. Richtigerweise sollten wir sagen: Die Photosphäre eines leuchtenden oder weißglühenden Körpers benimmt sich genau so, als ob in ihr alle bekannten und unbekannten chemischen Elemente, in Form von glühenden Gasen vorhanden wären. Denn die Summe aller möglichen Linienspektren ergibt ein kontinuierliches Spektrum.

1) Stark, Der Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien. Ann. d. Physik **48**, 193.

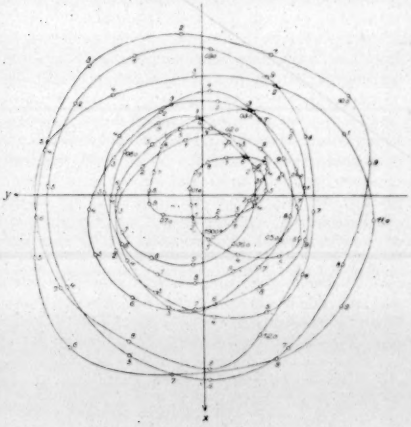
(Eingegangen 13. April 1917.)

BESPRECHUNGEN.

Zentralbureau der Internationalen Erdmessung. Neue Folge Nr. 20. Bd. V. B. Wanach, Resultate des internationalen Breitendienstes. gr. 8°. V, 223 S. mit 2 farb. Tafeln und 9 Abbildungen im Text. Berlin, Georg Reimer. 1916. M. 11.—

Der vorliegende Band enthält die von Professor Wanach abgeleiteten Ergebnisse der 6 Stationen des nördlichen Parallels ($+39^{\circ}\,8'$), und zwar zum Teil in etwas anderer Bearbeitung, als sie der um die Arbeiten des Breitendienstes hochverdiente Geheimrat Th. Albrecht bisher angewendet hat. Es handelt sich dabei um die Ausdeutung bzw. Mitnahme eines empirischen Gliedes in dem mathematischen Ausdruck für die kleinen Schwankungen der polaren Achse der Erde gegen ihre mittlere Lage. Werden diese Schwankungen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem bezogen und dafür der Ausdruck $\varphi - \varphi_0 = x\cos\lambda + y\sin\lambda + z$ benutzt, so stellt die Größe z desselben das nach den bisherigen Erfahrungen notwendige sogenannte Kimura-Glied als eine rein empirische Größe dar. Die von Professor Wanach durchgeführte Diskussion der sechsjährigen Ergebnisse von 1906—1912 hat nun gezeigt, daß das z-Glied doch nur auf Refraktionsanomalien oder ähnliche Ursachen zurückzuführen ist. Die neue Bearbeitung, in die auch älteres Material wieder mit

einbezogen wurde, ist unter Annahme einer anderen Beziehung zwischen den Lagen des mittleren und des instantanen Polorts, nämlich unter Zugrundelegung der jeweilig zusammengehörigen Gruppenmittel der beobachteten Werte von φ ohne Rücksicht auf die zyklische Vereinigung (Kettenmethode), durchgeführt worden. Es zeigt sich dabei, daß dem z-Glied keine reelle Bedeutung mehr beigemessen werden kann, sondern daß es als zufällige Abweichung aufgefaßt werden sollte. Neben diesen wesentlichen Ergebnissen enthält das Heft noch das umfangreiche Zahlenmaterial, welches der Diskussion zugrunde liegt. Außerdem aber ist noch eine Untersuchung von Professor Schweydar angefügt, welche sich mit der Untersuchung der Eulerschen Periode für die Schwankungen der Erdachse beschäftigt und aus der hervorgeht, daß die von Chandler aus vielen Beobachtungsreihen abgeleitete Dauer dieser Periode der Achsenschwankungen tatsächlich auf 432,8 Tage = 1,185 Jahre mit einer mittleren Amplitude von $0''.169 = 5{,}2$ m ergibt.



Um den wahren Trägheitspol der Erde würde der Rotationspol die Bewegung ausführen, die der Eulerschen Periode von 305 Tagen entspricht; infolge der Elastizität der Erde wandert aber der Trägheitspol derselben ebenfalls, und zwar so, daß seine Lage zu einem Punkte in bestimmten Beziehungen steht, den er einnehmen würde, wenn er selbst zugleich Rotationspol wäre. Die durch diese Umstände beeinflußte Bewegung des Rotationspoles bewirkt, daß aus der Eulerschen Periode die Chandlersche von nahe 433 Tagen wird[1]). Die von Schweydar durchgeführten vergleichenden Rechnungen zeigen nun, daß die von ihm schließlich gefundene Periode und Amplitude mit den Chandlerschen Werten recht gut übereinstimmt, daß wie diese Daten, aber wesentlich besser begründet, da sie auf schärferen Grundlagen beruhen und bei ihrer Ableitung die Durchgänge der Wegkurve des Rotationspoles durch die Nullagen und nicht die schwieriger zu erkennenden maximalen Abweichungen benutzt worden sind. Die beigefügte Darstellung gibt den Weg des jeweiligen Rotationspoles um seine mittlere Lage für die Zeit von 1990.0 bis 1912.0.

Ambronn.

1) Genauere Angaben über diese ganzen Bewegungen sind beigebracht in: Klein u. Sommerfeld, Theorie des Kreisels, S. 718 ff., und in Monthly Notices 1892 von S. Newcomb.

Veröffentlichungen des Kgl. Preuß. geodätischen Instituts. Neue Folge Nr. 68. Lotabweichungen Heft V. L. Krüger, Ausgleichung des astronomisch geodätischen Netzes I. Ordnung nördlich der Europäischen Längengradmessung in 52 Grad Breite. IV, 134 S. mit 7 Fig. im Text. Berlin, P. Stankiewicz. 1916. M. 9.—

Das vorliegende Heft ist das 5. einer Reihe von Arbeiten, welche sich mit der Ausführung der umfangreichen Bearbeitung der Resultate der großen internationalen Vermessungsarbeiten beschäftigt, die zur genauen Ermittelung der Gestalt der Erdoberfläche ausgeführt werden.

Neben den Triangulationen und den astronomisch-geographischen Ortsbestimmungen der Erdmessung ist seinerzeit ein Plan ausgearbeitet worden, nach dem die örtlichen Lotabweichungen an den einzelnen Dreieckspunkten in einheitlicher Weise durch Gesamtausgleichungen gewisser Teilnetze bestimmt werden sollen.

Es sind zu diesem Zwecke bestimmte Lotabweichungszüge herausgegriffen worden, da sich eine allgemeine Ausgleichung einmal der außerordentlich großen rechnerischen Arbeit und sodann auch wegen der nicht völlig abgeschlossenen übrigen Arbeiten im ganzen Gebiet nicht als rätlich erweist.

Es ist deshalb die im Titel angegebene Abgrenzung der Arbeit gewählt worden. Es handelt sich dabei um die Berechnung der eigentlichen Lotabweichungsgleichungen und der sogenannten Laplaceschen Gleichungen, die alle auf die Station „Rauenberge" b. Berlin als Zentralpunkt bezogen sind.

Das Heft gibt das außerordentlich umfangreiche Zahlen- und Tabellenmaterial, die auf dieses gegründeten Bedingungsgleichungen sowie die Untersuchungen über die Gewichtsverteilung. Daran schließen sich die Ausgleichungen selbst sowie die Zusammenstellung der Endresultate. Die erlangten Werte für die Lotabweichungen sind schließlich in Form von Gleichungen gegeben, in denen Glieder enthalten sind, die es leicht machen, sowohl den Übergang vom Besselschen Reference-Ellipsoid auf jedes andere zu bewirken, als auch späteren Verbesserungen in den ausgeglichenen Längenbestimmungen und Azimuten gerecht zu werden.

Ambronn.

E. Raehlmann, Goethes Farbenlehre. 8°. 40 S. u. 2 Tafeln. Sonderabdruck aus dem Jahrbuch der Goethe-Gesellschaft, Bd. 3. Leipzig, Insel-Verlag. 1916. M. 5.—

Die Urteile über Goethes Farbenlehre haben im Laufe der letzten Jahrzehnte infolge der Entwicklung, die die physiologische Optik genommen hat, einen für alle Goetheverehrer erfreulichen Umschwung erfahren. Neben die schroffe Ablehnung seitens der Physiker ist die wachsende Anerkennung der Physio-

logen getreten. Seitdem Stilling in seinem Vortrag von 1898 den Nachweis geführt hat, daß die Heringsche Farbentheorie durchaus auf den Anschauungen und Lehren Goethes sich aufbaut, hat sich die Überzeugung Bahn gebrochen, daß der Schwerpunkt der Leistungen Goethes eben im physiologischen Teil seiner Farbenlehre zu suchen ist, und daß er hier tatsächlich Bahnbrechendes geleistet hat. Von diesem Standpunkte aus, und nur von ihm aus, werden dann auch die Schwierigkeiten verständlich, die Goethe den Lehren der Physiker gegenüber empfand, und die ihn in wachsendem Mißverstehen zu jener wütenden Bekämpfung Newtons veranlaßte, die vom rein physikalischen Standpunkte aus so ganz unverständlich und unbegreiflich erscheint. Diese Seite des Problems hat der Berichterstatter in einem Aufsatze im 1. Bande dieser Zeitschrift klar zu legen gesucht. Die gleiche Aufgabe stellt sich die vorliegende Abhandlung. Doch verweilt der Verfasser nur kurz bei dem Verhältnis der physikalischen und der physiologischen Farben zueinander, um dafür um so eingehender die physiologischen Leistungen Goethes zu würdigen, die er mit einer gewissen Zuspitzung in den Satz zusammenfaßt: Die Farbe Goethes ist die Kontrastfarbe. Dem Physiker und dem Physiologen bringt die kleine Schrift nichts Neues. Aber sehr geeignet ist sie ohne Frage, um dem Laien die Gedanken Goethes verständlich zu machen, da Herr Raehlmann in sehr geschickter Weise seine Ausführungen durch zwei Farbentafeln unterstützt, die den Leser in den Stand setzen, sich unmittelbar von der Wirklichkeit der Goetheschen Farbe im nachfolgenden und im gleichzeitigen Kontraste zu überzeugen. W. König.

E. Raehlmann, Über die Farbstoffe der Malerei in den verschiedenen Kunstperioden. Nach mikroskopischen Untersuchungen. 4°. VI u. 57 S. Mit Fig. Leipzig, E. A. Seemann. 1914. M. 2.50.

— Die Stellung der Temperamalerei in der Kunst der verschiedenen Zeitepochen. Monatshefte für Kunstwissenschaft. IX. Jahrgang. S. 404—418. Leipzig, Klinkhardt & Biermann. 1916.

Diese Abhandlungen gehören der Kunstwissenschaft an. Aber auch den Naturforscher dürfte es interessieren, aus ihnen zu ersehen, wie mikrochemische und mikroskopische Untersuchungen auch auf solchen Gebieten zu exakten Erkenntnissen und wichtigen Schlüssen führen können. Etwa 1000 Proben alter Kunstwerke hat der Verfasser optisch und chemisch untersucht, um zu einer Analyse der Farben und ihrer Gebrauchstechnik zu gelangen. Das Material wird aufbewahrt, um jederzeit mit neuem Material verglichen werden zu können. Die mikroskopische Untersuchung gestattet, nicht bloß die einzelnen Farbenschichten, die der Maler aufgetragen hat, voneinander zu scheiden und jede für sich zu untersuchen, sondern man vermag in den einzelnen Schichten selbst die verwendeten Farben und die Bindemittel und bei Mischfarben auch die einzelnen Bestandteile der Mischung zu erkennen. Die erste der genannten Abhandlungen bringt die ausführliche Darstellung der Ergebnisse dieser Untersuchungen, z. T. unterstützt durch Abbildungen des mikroskopischen Aussehens der Farbstoffe — eine gründliche Arbeit, die sich nicht minder auf weitgehende kunsthistorische Kenntnisse wie auf das sorgfältige Studium der Farben stützt, und die für die Kunsttechnik und ihre Geschichte von größter Wichtigkeit sein wird. Die zweite Abhandlung enthält die Anwendung dieser Erkenntnisse auf die Frage nach dem Verhältnis der Temperamalerei zur Ölmalerei in alten und neueren Zeiten. W. König.

H. Froelich, Der Strahlungsdruck als kosmisches Prinzip, Kosmologie und Kosmogenie. Einheitliche mechanistische Begründung der sogenannten Naturgesetze durch Zurückführung aller Vorgänge auf Strahlungswirkungen. Nach des Verfassers Tode bearbeitet und mit Anmerkungen herausgegeben von A. Mertens. 8. 244 S. Mit 38 Textfiguren. Bielefeld, Dr. W. Breitenbach. 1917. M. 4.—

Der Verfasser sucht die Gravitation durch den von der Gesamtheit aller uns rings umgebenden Fixsterne ausgehenden Strahlungsdruck zu erklären. Jeder Weltkörper übt eine seiner Masse entsprechende Schirmwirkung aus und erzeugt, indem er die von ihm weg gerichteten Druckkräfte abschneidet, ein scheinbares Attraktionsfeld. Die Irrtümer des Werkes konnten auch dadurch nicht beseitigt werden, daß der Herausgeber eine Reihe von mathematischen und physikalischen Versehen des Verfassers berichtigt hat.

J. Hartmann.

Ludwig Carl Glaser, Beiträge zur Kenntnis des Spektrums des Berylliums. 4°. Mit 6 Tafeln und 1 Abbildung. 39 S. Berlin SW 68, Verlag von Glasers Annalen für Gewerbe und Bauwesen. 1916.

Verf. erzeugt das Bandenspektrum des Berylliums im elektrischen Lichtbogen mit Hilfe von Kupferelektroden oder mit Kohleelektroden und Berylliummetall. Das *Be*-Spektrum hat vier Bandengruppen: A gelbgrün, bei λ 5446; B grün, bei λ 5054; C blau, bei λ 4708, und D violett, bei λ 4426 A.-E. In Tabellen und Tafeln werden die Gesetzmäßigkeiten des Spektrums gezeigt, besonders die sehr weitgehend aufgelöste Bandengruppe C wird ausführlich dargestellt, und es wird auf die Ähnlichkeit des Spektrums von *Be* mit dem von *Al* hingewiesen. Zum Schluß wird vorgeschlagen, für den chemisch-analytischen Nachweis von *Be* und *Al* nebeneinander die Beobachtung des Bandenspektrums zu benutzen: für *Be* in *Al* die hellste *Be*-Bande $\lambda\lambda$ 4708 und umgekehrt die Hauptbande des *Al* bei $\lambda\lambda$ 4842. — Zu diesem Vorschlag sei indessen bemerkt, daß die Chemiker sich schwerlich für ihn werden begeistern lassen. Denn die Mengen, die sie mit einer handlichen Spektralapparatur erkennen können, finden sie auch bequem mit einfachen chemischen Mitteln, und für den sicheren Nachweis kleinster Mengen des einen neben sehr großen des anderen Elements wird es einer recht kostspieligen Apparatur bedürfen. Diese aber wird für den Chemiker in der Regel schwieriger zu erwerben sein als die Geschicklichkeit, mit den vorhandenen chemischen Methoden zur Reinheitsprüfung von Aluminium und Beryllium richtig umzugehen. Wilke-Dörfurt.

Berichtigungen.

In dem Bericht über die Hauptversammlung der Deutschen Bunsen-Gesellschaft, diese Zeitschr. **18**, Heft 5, S. 109 (1917) sind einige Irrtümer zu berichtigen:

Auf Seite 109, rechte Spalte, Zeile 2 von unten muß es heißen: . . . . Kaliumchlorat und Milchzucker im Verhältnis 4 : 1 (statt 1 : 1);

auf Seite 110, linke Spalte, Zeile 5 von oben muß es heißen: Trauzlschen (statt Trautzschen) Bleiblockes.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Dr. **Karl Stuchtey**, erster Assistent am Physikalischen Institut der Universität Marburg, stellvertr. Fahrtenwart des Kurhess. Vereins für Luftfahrt, der als Oberleutnant und Adjutant bei einem Generalkommando im Felde steht, erhielt das Eiserne Kreuz I. Klasse.

Dr. **E. Take**, Privatdozent der Physik an der Universität Marburg und Assistent am Physikalischen Institut dortselbst ist als Leiter einer Funkerabteilung im Felde und wurde zum Leutnant der Landwehr ernannt.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr. Wilhelm Hort für Technische Mechanik, insbesondere Sonderfragen der neueren technischen Mechanik, an der Universität Halle für angewandte Mathematik Dr. Richard Grammel (bisher Privatdozent für Mechanik an der Technischen Hochschule Danzig), an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Wilhelm Hort für Technische Mechanik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Straßburg Dr. Fritz Straus zum a. o. Professor der Mathematik ebendaselbst.

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Breslau Dr. Erhard Schmidt in gleicher Eigenschaft an die Universität Berlin, der a. o. Professor an der Universität Bonn Dr. Hans Hahn zum ord. Professor der Mathematik an derselben Universität.

Verliehen: Dem a. o. Professor der Chemie an der Universität Innsbruck Dr. Karl Hopfgartner Titel und Rang als ord. Universitätsprofessor.

Gestorben: Der Privatdozent für Geodäsie, insbesondere Feldbereinigung, Katastervermessung, Plan- und Terrainzeichnen von der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Josef Bürgin, der Professor der Ingenieurwissenschaften an der argentinischen Nationaluniversität in La Plata Dr. Oskar Doering in Cordoba, der Professor für Physik und Chemie an der Marineakademie in Kiel Dr. Ludwig Rellstab, der Abteilungsvorstand für große astronomische Instrumente bei der Firma Carl Zeiß Dr. Max Pauly in Jena.

Berichtigung zu den Personalien. Auf Seite 167 der Physikalischen Zeitschrift ist als gestorben gemeldet „der Meteorologe, Direktor des Brockenobservatoriums Dr. Max Müller". Diese, aus den Tageszeitungen übernommene Notiz bedarf, wie uns Herr Geheimrat Hellmann freundlichst mitteilt, in mehrerer Hinsicht Ergänzung und Berichtigung. Der leider verstorbene Brockenbeobachter Müller war ursprünglich Landwirt und wurde erst vom Meteorologischen Institut als Beobachter auf dem Brocken eingeschult. Den Doktortitel hatte ihm der Volksmund verliehen. Er hat zwölf Jahre lang seine Stellung als Brockenbeobachter in der verdienstvollsten Weise wahrgenommen.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1917.

Technische Hochschule Berlin. (Nachtrag.)

Everling: Mechanik und Führung des Freiballons, 1 st.

Deutsche Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik II, 5; Physikalisches Praktikum II (Fortsetzung), 6 bzw. 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, für Vorgeschrittene, tägl. *g.* — **Frank**: Statistische Mechanik und Quantentheorie, 3; Elektromagnetische Lichttheorie, 2; Besprechung des physikalischen Lehrstoffs der Mittelschule: Mechanik, 1; Theorie der Gravitation, 2 *g.* —

Meyer: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Chemie des Kunstgewerbes, für Vorgeschrittene, 1 *g.* — **Rothmund**: Thermochemie, 2; Physikalisch-chemische Untersuchungsmethoden 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Wagner**: Kolloidchemie, 1. — **Kirpal**: Chemische Großindustrie, mit Exkursionen, 3. — **Hönigschmid**: Analytische Chemie für Mediziner, 3. — **Morgenstern**: Über Alkaloide, 2. — **Herzog**: Ausgewählte Kapitel der Biochemie, nach Verabredung. — **Sigmund**: Die Enzyme und ihre Bedeutung in der Physiologie und Technik, 1. —

Pick: Elemente der Theorie der algebraischen Gleichungen, 4; Übungen über numerische Auflösung der Gleichungen, 1; Mathematisches Seminar: Übungen, 2 *g.* — **Kowalewski**: Elliptische Funktionen, mit Übungen, 4; Theorie und Anwendungen der Elementarteiler, 1; Über einige Spiele und ihre mathematische Theorie, 1. — **Funk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, II, 3. — **Scheller**: Spektroskopische Doppelsterne, 1. — **Spitaler**: Meteorologische Instrumente, Beobachtung und Berechnung, 4, Praktikum, 1. —

Angebote.

AEG

sucht für das Laboratorium ihrer Heizapparatefabrik einen geeigneten Herrn zur Untersuchung von Widerstandsmaterialien und für wärmetechnische Messungen.

Meldungen mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften, Gehaltsansprüchen und Angabe der Militärverhältnisse an **AEG-Fabriken Hennigsdorf bei Berlin.**

Gesuche.

Promovierter Physiker,

z. Z. im Heeresdienst, sucht Stelle als **Universitätsassistent.** Angebote mit näheren Angaben unter **S. H. 493** an den Verlag der Physik. Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstr. 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.